



**ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ  
«УНІВЕРСИТЕТ ТРАНСФОРМАЦІЇ МАЙБУТНЬОГО»**

**КАФЕДРА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ТА РОБОТОТЕХНІКИ**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ  
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ  
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**СТАТИСТИКА**

*для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
спеціальностей **D3 (073) «Менеджмент»**  
та **D4 (281) «Публічне управління та адміністрування»**  
всіх форм здобуття освіти*

Обговорено і рекомендовано  
на засіданні кафедри  
інформаційних технологій та  
робототехніки  
Протокол №6 від 15.12.2025

Чернігів – 2025

Методичні рекомендації до практичних занять з навчальної дисципліни «СТАТИСТИКА» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальностей D3 (073) «Менеджмент» та D4 (281) «Публічне управління та адміністрування» всіх форм здобуття освіти / Укл.: М.Є. Юрченко. Чернігів: ЗВО «Університет трансформації майбутнього», 2025. 96 с.

*Укладачі*                    **Юрченко Марина Євгенівна,**  
*кандидат фізико-математичних наук, доцент,*  
*доцент кафедри інформаційних технологій та*  
*робототехніки*

*Відповідальний*        **Литвин Олександр Олександрович,**  
*за випуск:*                *кандидат технічних наук,*  
*зав. кафедри інформаційних технологій та робототехніки*

*Рецензент:*                **Міщенко Микола Володимирович,**  
*кандидат технічних наук, доцент,*  
*доцент кафедри інформаційних технологій та*  
*робототехніки*

## ЗМІСТ

|   |    |
|---|----|
| Вступ   | 4  |
| 1. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ                        | 6  |
| 2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ                                    | 6  |
| Тема 1. Методологічні засади статистики               | 6  |
| Тема 2. Зведення і групування статистичних даних      | 8  |
| Тема 3. Статистичні показники                         | 14 |
| Тема 4. Статистичне вивчення варіації форми розподілу | 19 |
| Тема 5. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків | 26 |
| Тема 6. Статистичне вивчення динаміки                 | 32 |
| Тема 7. Індексний метод                               | 39 |
| Тема 8. Вибірковий метод                              | 53 |
| ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ                             | 58 |
| Рекомендована література                              | 96 |

## ВСТУП

Під **статистикою** розуміють галузь практичної діяльності, спрямованої на збирання, обробку та аналіз масових суспільно-економічних явищ і процесів. Статистику розглядають як галузь знань, тобто як спеціальну наукову дисципліну (статистичну науку) й, відповідно, як навчальну дисципліну, що викладають у закладах вищої освіти всіх рівнів. Статистика є важливою частиною навчального плану підготовки економістів. У системі економічного зростання місце статистики, як дисципліни, обумовлене її роллю у науковій та практичній діяльності суспільства.

### **Мета дисципліни:**

Мета дисципліни полягає в ознайомленні та вивченні студентами основ статистичного апарату, необхідного для розв'язання теоретичних і практичних задач під час опанування спеціальних дисциплін навчального плану, а також у майбутній професійній діяльності; у формуванні базових умінь статистичного аналізу даних та інтерпретації результатів; у розвитку аналітичного й логічного мислення студентів.

#### *Освітня програма «Менеджмент»*

СК02. Здатність аналізувати результати діяльності організації, зіставляти їх з факторами впливу зовнішнього та внутрішнього середовища.

СК12. Здатність аналізувати й структурувати проблеми організації, формувати обґрунтовані рішення.

#### *Освітня програма «Публічне управління та адміністрування»*

СК07. Здатність розробляти тактичні та оперативні плани управлінської діяльності.

СК08. Здатність готувати проекти управлінських рішень та їх впроваджувати.

## Обсяг програми в кредитах ЄКТС та його розподіл у годинах за формами організації освітнього процесу

| Найменування показників       | Характеристика програми |                       |
|-------------------------------|-------------------------|-----------------------|
|                               | денна форма навчання    | заочна форма навчання |
| Кількість кредитів ЄКТС       | 4                       | 4                     |
| Кількість годин               | 120                     | 120                   |
| Вид контролю                  | Диф. залік              | Диф. залік            |
| Статус дисципліни             | обов'язкова             | обов'язкова           |
| Семестр викладання дисципліни | 3                       | 3                     |
| Розподіл часу                 |                         |                       |
| лекції (годин)                | 32                      | 10                    |
| практичні заняття (годин)     | 32                      | 10                    |
| самостійна робота (годин)     | 56                      | 100                   |

### Очікувані результати навчання

#### *Освітня програма «Менеджмент»*

*ПРН03.* Демонструвати знання теорій, методів і функцій менеджменту, сучасних концепцій лідерства.

*ПРН04.* Демонструвати навички виявлення проблем та обґрунтування управлінських рішень.

*ПРН06.* Виявляти навички пошуку, збирання та аналізу інформації, розрахунку показників для обґрунтування управлінських рішень.

*ПРН07.* Виявляти навички організаційного проектування.

*ПРН08.* Застосовувати методи менеджменту для забезпечення ефективності діяльності організації.

#### *Освітня програма «Публічне управління та адміністрування»*

*ПРН05.* Знати стандарти, принципи та норми діяльності у сфері публічного управління та адміністрування.

*ПРН06.* Знати основні нормативно-правові акти та положення законодавства у сфері публічного управління та адміністрування.

*ПРН08.* Розуміти та використовувати технології вироблення, прийняття та реалізації управлінських рішень.

*ПРН11.* Уміти здійснювати пошук та узагальнення інформації, робити висновки і формулювати рекомендації в межах своєї компетенції.

*ПРН13.* Використовувати методи аналізу та оцінювання програм сталого розвитку.

*ПРН16.* Використовувати дані статистичної звітності, обліку та спеціальних досліджень у професійній діяльності.

# 1. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

## 2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ

### *Тема 1. Методологічні засади статистики.*

**Мета:** Закріплення на практиці знань про методологічні засади статистики та організацію статистики в Україні. Набуття практичних навичок з організації проведення статистичного спостереження.

Джерела статистики. Особливості статистики як самостійної суспільної науки. Взаємозв'язок статистики з іншими науками. Об'єкт та предмет статистики. Основні поняття статистики. Статистичні закономірності. Статистична сукупність. Статистичні ознаки та їх класифікація. Метод статистики. Стадії статистичного дослідження. Організація статистики в Україні. Суть, джерела та організаційні форми статистичного спостереження. Статистична звітність. Види звітності. Спеціально організовані статистичні спостереження та їх види. Статистичні реєстри. Методологічні та організаційні питання статистичного спостереження. План та програма статистичного спостереження. Види і способи спостереження. Помилки спостереження і контроль за вірогідністю даних.

### *Питання для обговорення зі студентами*

1. Становлення статистики як науки.
2. Предмет статистики.
3. Основні поняття і категорії статистичної науки.
4. Чим відрізняється поняття «статистика» від поняття «математична статистика»?
5. Наведіть визначення терміну «статистична сукупність».
6. Одиниця сукупності та її ознаки.
7. Наведіть визначення терміну «варіація».
8. Наведіть визначення терміну «елемент сукупності».
9. Наведіть приклади статистичних сукупностей, проаналізуйте їх.
10. Чи є необхідною варіація ознаки, щоб множину одиниць назвати статистичною сукупністю?
11. Назвіть умови використання натуральних та вартісних вимірників.
12. Чи можна вважати статистичною сукупністю усі підприємства м. Києва; кульки, добуті з одного підшипника?
13. Назвіть два приклади ознак для кожної відомої вам шкали вимірювання.
14. Які види статистичного спостереження виділяють залежно від охоплення одиниць сукупності?
15. Метод статистики та статистична методологія.
16. Узагальнюючі статистичні характеристики.
17. Галузі статистичної науки.
18. Завдання статистики в сучасних умовах та її організація в Україні.
19. Права і обов'язки органів державної статистики.
20. Порядок і умови доступу до статистичної інформації.
21. Міжнародні статистичні організації.

22. Суть, джерела та організаційні форми статистичного спостереження.
23. Види статистичного спостереження.
24. Способи отримання даних.
25. Мета спостереження.
26. Об'єкт та одиниця спостереження.
27. План статистичного спостереження.
28. Програма спостереження.
29. Засоби забезпечення точності спостереження.
30. Первинний облік.
31. Основні форми статистичної звітності.
32. Контроль даних спостереження.

### Методичні вказівки до теми

Ця тема дуже важлива не тільки для загальної статистики, але й для всіх статистичних наук взагалі, складовою частиною яких є загальна теорія статистики.

В ній викладаються найголовніші питання статистичної науки: предмет, метод, категорії, теоретичні основи, задачі тощо.

Студент повинен знати, що статистика вивчає кількісні сторони масових явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною, що статистика - комплексна дисципліна.

Метод статистики, як сукупність спеціальних прийомів, базується на загальнонаукових, діалекто-логічних і формально логічних методах.

Необхідно засвоїти такі категорії і поняття статистики, як статистична сукупність; одиниця сукупності; ознаки кількісні і якісні (атрибутивні), головні і другорядні, первинні і вторинні; статистична закономірність; закон великих чисел; статистичні показники.

У результаті вивчення теми у студента повинно скластися цілісне уявлення про те, що вивчає статистика, якими методами вона користується в економічних дослідженнях, які її теоретичні основи, головні поняття, терміни та категорії.

Статистичне спостереження - перша стадія статистичного дослідження. Результатом статистичного спостереження є первинні дані, якість яких визначають достовірність і рівень економічних досліджень.

**Статистичне спостереження - це планомірна, науково організована систематична робота по збиранню масових первинних даних про явища і процеси суспільного життя.**

Статистичне спостереження повинно проводитись за планом, що складається з програмно-методологічного і організаційного розділів, в яких вказується мета, організація проведення, об'єкт спостереження, метод обробки інформації тощо.

Усвідомивши суть статистичного спостереження, необхідно розібратися в класифікації спостереження на окремі форми, види, способи. При цьому слід пам'ятати, що ознаки класифікації різні, а це приводить до різноманітних комбінацій окремих видів спостережень.

*Важливо засвоїти такі поняття як об'єкт та одиниця спостереження, одиниця сукупності, програма спостереження, статистичний формуляр. Ці питання складають основний зміст програмно-методологічного розділу плану статистичного спостереження. Питання організації спостереження, яке є другим розділом плану, включає місце, час і строки проведення спостереження, підбір та підготовку кадрів, заходи по запобіганню помилок реєстрації, методи контролю тощо.*

Окремо потрібно звернути увагу на можливі помилки статистичних спостережень: систематичні і випадкові, навмисні і ненавмисні, зв'язані з недосконалістю теоретичних концепцій.

## **Типові завдання**

### **Завдання № 1.**

Проведіть статистичне спостереження та проаналізуйте статистичну сукупність – студентів групи за ознакою «стать».

### **Завдання № 2.**

Проведіть статистичне спостереження та проаналізуйте статистичну сукупність – студентів групи за ознакою «вік».

### **Завдання № 3.**

Проведіть статистичне спостереження та проаналізуйте статистичну сукупність – студентів групи за ознакою «оцінка з дисципліни».

## ***Тема 2. Зведення і групування статистичних даних.***

***Мета: Закріплення знань з поняття зведення та групування, набуття практичних навичок з проведення зведення та групування. Закріплення знань та набуття практичних навичок з побудови статистичних таблиць та графіків.***

Суть та завдання статистичного зведення та групування. Етапи зведення. Види зведення та його програма. Основні питання методологій статистичних групувань. Основні завдання і види групувань. Види групувань за видом груповальної ознаки. Основні методологічні питання групування. Інтервали групувань, їх види та методи розрахунку. Типологічні структурні та аналітичні групування. Вторинні групування та методи їх виконання. Ряди розподілу, їх види і графічне зображення (полігон, гістограма, кумулята). Щільність розподілу. Статистичні таблиці. Основні правила побудови статистичних таблиць. Підмет і присудок таблиці. Класифікація статистичних таблиць за різними ознаками. Поняття про статистичний графік. Класифікація графіків за різними ознаками. Основні елементи статистичного графіка. Правила побудови графіків. Графіки динаміки, структури, порівняння, взаємозв'язку тощо.

Картосхеми та картодіаграми. Побудова статистичних графіків з використанням комп'ютерної техніки.

### Питання для обговорення зі студентами

1. Які інтервали звуться закритими, відкритими? Наведіть приклад.
2. Які бувають типи статистичних групувань?
3. Чим відрізняється класифікація від групування?
4. Назвіть два приклади аналітичного групування.
5. З яких міркувань треба вибирати ширину інтервалу?
6. Як обчислити середину відкритого інтервалу?
7. Яку ознаку ви покладете за основу групування при розподілі господарств, які спеціалізуються на вирощуванні зернових, за розміром?
8. Статистичні таблиці, їх види.
9. Назвіть основні правила побудови статистичних таблиць.
10. Чи є розклад руху поїздів статистичною таблицею?
11. Аналіз таблиць.
12. Дайте визначення поняття «статистичний графік».
13. Наведіть класифікацію статистичних графіків.

### Методичні вказівки до теми

Зведення і групування складають другий, дуже важливий етап економічного дослідження. Якщо від статистичного спостереження залежить повнота, якість і достовірність зібраної інформації, то від другого етапу залежить ефективність використання зібраних даних для вирішення задач дослідження.

Слід знати, що групування в статистичному аналізі виконують ряд функцій, зокрема:

- а) визначення структури і структурних зрушень;
- б) типологія соціально-економічних явищ;
- в) аналіз взаємозв'язків між явищами.

Відповідно до цих функцій розрізняють структурні, типологічні та факторні групування.

Групування за однією ознакою називають простим, у разі двох або більше ознак - комбінаційним.

Різновидом структурного групування є ряд розподілу, який складається з двох елементів - варіанти і частоти (частки, якщо використовується питома вага).

*Варіанта* - це конкретне значення групуючої ознаки; частота - число, яке показує скільки раз повторюється значення певної ознаки.

Розподіл за ознаками може бути кількісний і якісний (атрибутивний). Ряди розподілу одиниць сукупності за ознаками, які мають кількісний вираз, називаються варіаційним рядом розподілу.

Варіаційні ряди за способом побудови бувають дискретними і інтервальними.

*Дискретні ряди* - це такі ряди, де значення варіант дано в окремих числах.

Для побудови дискретного ряду розподілу (дискретне групування), необхідно:

- а) виписати всі значення варіанти послідовно у міру зростання, або у міру зменшення;
- б) визначити, скільки раз повторюється значення кожної варіанти.

### Приклад.

Розглянемо приклад побудови дискретного групування.  
Вік студентів однієї з груп такий (роки):

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 21 | 20 | 24 | 21 | 23 | 24 | 23 | 24 | 20 | 25 |
| 22 | 24 | 25 | 23 | 21 | 25 | 20 | 24 | 21 | 20 |
| 20 | 22 | 23 | 25 | 23 | 22 | 20 | 21 | 22 | 20 |

В таблиці 2.1 подане дискретне групування на підставі наведених даних.  
В графі 1 поданий вік студентів у міру зростання, в графі 2 – кількість студентів певного віку, в графі 3 – частка студентів кожного віку в загальній чисельності.

**Таблиця 2.1 - Групування студентів групи за віком.**

| Вік студентів (x) | Кількість студентів (f) | Частка,%(f `) |
|-------------------|-------------------------|---------------|
| 20                | 7                       | 23,3          |
| 21                | 5                       | 16,7          |
| 22                | 4                       | 13,3          |
| 23                | 5                       | 16,7          |
| 24                | 5                       | 16,7          |
| 25                | 4                       | 13,3          |
| <b>Разом</b>      | <b>30</b>               | <b>100,0</b>  |

*Інтервальне групування* – це таке групування, де значення варіант дано у вигляді інтервалів.

*Інтервал* – це проміжок між двома значеннями кількісної ознаки, в межах якої всі значення ознаки відносяться до однієї групи. Розрізняють відкриті і закриті інтервали; рівні і нерівні (зростаючі і спадні).

Для побудови інтервального групування з рівними інтервалами спочатку визначають величину інтервалу ( $i$ ) та кількість груп, або рядків в таблиці ( $K$ ), за такими формулами:

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{K}, \quad (2.1)$$

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{1 + 3,322 \lg n}, \quad (2.2)$$

де  $i$  – величина інтервалу;

$K$  – кількість груп;

$X_{max}$ ,  $X_{min}$  - відповідно максимальне і мінімальне значення чисел в сукупності даних;

$n$  – кількість одиниць сукупності.

Виходячи з того, що в формулах (3.1) і (3.2) збігаються результати і чисельники, то однаковими повинні бути і знаменники, тобто:

$$K = 1 + 3,322 \lg n. \quad (2.3)$$

Для побудови інтервального групування необхідно:

а) визначити величину інтервалу і кількість груп за формулами (3.1 – 3.3);

б) в першу групу (перший рядок) за мінімальне значення варіанти прийняти мінімальне число сукупності; додавши до останнього величину інтервалу, отримуємо максимальне значення варіанти першої групи;

в) максимальне значення варіанти першої групи стає мінімальним значенням варіанти другої групи; додавши до останнього величину інтервалу, отримуємо максимальне значення варіанти другої групи і аналогічно для інших груп; визначається кількість одиниць сукупності, які входять в кожну групу.

г) за умовою в кожний ряд включаються варіанти до максимального значення. Якщо є дані на рівні максимального значення інтервалу, то вони включаються в наступну групу (рядок).

Розглянемо приклад складання інтервального групування.

Є такі дані про виробіток продукції в розрахунку на 1-го працівника в рік (тис.грн):

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 7,5 | 5,4 | 7,4 | 6,0 | 6,7 | 9,5 | 8,6 | 5,8 | 5,1 | 6,4 |
| 6,2 | 6,8 | 5,5 | 8,1 | 5,6 | 6,8 | 9,3 | 6,2 | 8,8 | 7,5 |

Необхідно побудувати інтервальний варіаційний ряд з рівними інтервалами.

Завдання виконується згідно з зазначеними вище правилами.

$$K = 1 + 3,322 \lg n = 1 + 3,322 \lg 20 = 1 + 3,322 * 1,3 = 5,$$

$$i = \frac{X_{max} - X_{min}}{K} = \frac{9,5 - 5,1}{5} \approx 0,9.$$

Значення “ $i$ ” приймається в тих же одиницях виміру, що і початкові дані.

В таблиці 2.2 наведене інтервальне групування поданих вище даних.

Таблиця 2.2 - Групування працівників за річним виробітком продукції.

| Інтервали виробітку продукції на 1-го працівника, тис.грн.(x) | Кількість працівників (f) | Частка (f')  |
|---|---------------------------|--------------|
| 5,1-6,0   | 5                         | 25,0         |
| 6,0-6,9   | 7                         | 35,0         |
| 6,9-7,8   | 3                         | 15,0         |
| 7,8-8,7   | 2                         | 10,0         |
| 8,7-9,6   | 3                         | 15,0         |
| <b>Разом</b>  | <b>20</b>                 | <b>100,0</b> |

Важливе значення в економічних дослідженнях має побудова вторинних і комбінаційних групувань.

*Вторинне групування* - це створення нових груп на основі раніше проведеного групування. До нього вдаються, якщо первинне групування не задовольняє (надто великий, або навпаки, малий інтервал, необхідно об'єднати декілька групувань).

### Типові завдання

#### Завдання № 1.

Провести структурне групування студентів групи за ознакою «оцінка з дисципліни». Дані проаналізувати.

Групування студентів за ознакою «оцінка з дисципліни»

| Оцінка | Питома вага студентів, що отримали відповідну оцінку, % |
|--------|---|
| 5      |   |
| 4      |   |
| 3      |   |
| 2      |   |
| Разом  |   |

#### Завдання № 2.

Провести типологічне групування працівників, що займають посади керівників та спеціалістів, за рівнем освіти.

#### Завдання № 3.

Провести аналітичне групування студентів групи за кольором волосся та кольором очей. Дані проаналізувати.

Розподіл студентів за кольором волосся та кольором очей (осіб)

| Колір очей | Колір волосся |        |       | разом |
|------------|---------------|--------|-------|-------|
|            | Світле        | Русяве | Чорне |       |
| Блакитні   |               |        |       |       |
| Сірі       |               |        |       |       |
| Карі       |               |        |       |       |
| Разом      |               |        |       |       |

**Завдання № 4.** Провести групування за даними обстеження 20 домогосподарств.

| № з/п | Кількість членів домогосподарства | Загальний дохід, ум.гр.од. | Середньодушовий дохід, ум.гр.од. |
|-------|-----------------------------------|----------------------------|----------------------------------|
| 1     | 2                                 | 185                        | 92,5                             |
| 2     | 3                                 | 268                        | 89,3                             |
| 3     | 4                                 | 539                        | 134,7                            |
| 4     | 2                                 | 193                        | 96,5                             |
| 5     | 3                                 | 473                        | 157,6                            |
| 6     | 3                                 | 324                        | 108,0                            |

| № з/п | Кількість членів домогосподарства | Загальний дохід, ум.гр.од. | Середньодушовий дохід, ум.гр.од. |
|-------|-----------------------------------|----------------------------|----------------------------------|
| 7     | 4                                 | 710                        | 177,5                            |
| 8     | 3                                 | 172                        | 57,3                             |
| 9     | 4                                 | 248                        | 62,0                             |
| 10    | 2                                 | 350                        | 175,0                            |
| 11    | 3                                 | 516                        | 172,0                            |
| 12    | 3                                 | 374                        | 124,7                            |
| 13    | 4                                 | 450                        | 112,5                            |
| 14    | 3                                 | 603                        | 201,0                            |
| 15    | 3                                 | 229                        | 76,3                             |
| 16    | 2                                 | 368                        | 184,0                            |
| 17    | 4                                 | 313                        | 78,3                             |
| 18    | 3                                 | 346                        | 115,3                            |
| 19    | 3                                 | 447                        | 149,0                            |
| 20    | 4                                 | 392                        | 98,0                             |

*Необхідно:*

1. Згрупувати домогосподарства за ознаками кількості членів та загальний дохід окремо та в комбінації.
2. Визначити середній дохід на одне домогосподарство та на одного члена домогосподарства в середині груп за кількістю членів.
3. Скласти типологічне групування, виділивши групи бідних, середніх та заможних домогосподарств.
4. Зробити висновки.

### **Завдання № 5.**

Побудуйте макет таблиці, яка описує розподіл населення країни за ознаками статі, віку та місця проживання (місто, село).

### **Завдання № 6.**

Побудуйте макет таблиці, яка характеризує залежність успішності навчання студентів від віку та сімейного становища. Крім аналізу загальної успішності, виділіть успішність з математичних дисциплін. Визначить підмет, присудок, вид таблиці та вид розробки показників.

### **Завдання № 7.**

По даному інтервальному ряду побудувати гістограму.

|   |        |         |         |          |           |           |
|---|--------|---------|---------|----------|-----------|-----------|
| h | 10-260 | 260-510 | 510-760 | 760-1010 | 1010-1260 | 1260-1510 |
| n | 4      | 6       | 15      | 18       | 8         | 6         |

### **Завдання № 8.**

Побудуйте стовпчикову, стрічкову та лінійну діаграми особистої успішності з дисципліни за два періоди (семестри). Побудуйте секторну діаграми успішності групи з обраної дисципліни. Отримані дані проаналізуйте.

### **Тема 3. Статистичні показники.**

**Мета:** Закріплення знань з поняття статистичних показників та загальних принципів їх застосування, набуття практичних навичок з використання абсолютних та відносних величин. Закріплення знань та набуття практичних навичок з використання та обчислення середніх величин.

Статистичний показник як кількісна характеристика суспільних явищ. Види та класифікація статистичних показників. Абсолютні статистичні величини та одиниці їх виміру. Види вимірників абсолютних величин. Види відносних величин, їх зміст та умови застосування. Одиниці виміру відносних величин. Принципи побудови відносних величин. Система статистичних показників. Суть і значення середніх величин. Розвиток теорії середніх величин А.Кетле. Види середніх величин. Умови використання середньої величини. Особливості обчислення середніх величин. Середня арифметична величина, умови її використання та властивості. Розрахунок середнього арифметичного методом "моментів". Середня гармонійна величина та умови її застосування. Визначення середнього значення відносної величини. Структурні середні, методика їх розрахунку та економічний зміст.

#### **Питання для обговорення зі студентами**

1. Абсолютні статистичні величини, їх види та одиниці виміру.
2. В яких випадках застосовують умовно-натуральні одиниці виміру абсолютних величин?
3. Відносні статистичні величини, їх види та одиниці виміру.
4. Відносні величини динаміки, планового завдання та виконання плану.
5. Базисні та ланцюгові відносні величини.
6. Взаємозв'язок між окремими видами відносних величин.
7. Які Ви знаєте абсолютні та відносні величини?
8. Чому середня є абстрактною величиною і чому узагальнюючою?
9. Які види середніх Ви знаєте?
10. В якому випадку використовується середня проста, а в якому – зважена?
11. В якому випадку використовується середня арифметична, гармонійна, геометрична, квадратична?
12. Чому дорівнює середня заробітна плата в колективі, одна половина якого має заробіток 1500 грн., друга — 2500 грн.?
13. Мода і медіана в статистиці.
14. Обчислення моди і медіани в інтервальному ряді розподілу.

#### **Методичні вказівки до теми.**

При вивченні цієї теми слід звернути увагу на те, що при первинній обробці даних одержують абсолютні величини, на підставі яких визначають відносні величини. Кожна з названих величин має своє особливе значення в економічних дослідженнях.

Вивчаючи тему, потрібно засвоїти такі питання: суть і види абсолютних величин, одиниці виміру абсолютних величин, суть і значення відносних величин, їх види.

Основні види вимірників абсолютних величин - це: натуральні, умовно-натуральні, вартісні, часові, трудові.

Умовно-натуральні вимірники використовуються в разі потреби звести воедино декілька різновидів однієї споживчої вартості. При цьому використовуються спеціальні коефіцієнти сумірності ( $k$ ). Роль загальної міри (еталона) для розрахунків і порівнянь найчастіше виконує один різновид. Перерахунок в умовно-натуральні одиниці виконується за такою формулою:

$$y = \sum k \cdot x, \quad (3.1)$$

де  $y$  - обсяг продукції в умовно-натуральних одиницях;

$x$  - кількість певних одиниць сукупності в натуральному вимірі;

$k$  - коефіцієнт сумірності (перерахунку).

Для еталонного виду продукції  $k=1$ . Для інших одиниць сукупності  $k$  або  $\epsilon$  в умові задачі, або розраховується шляхом співвідношення значення заданого параметра певного виду продукції до значення цього ж параметра еталонного зразка.

Розглянемо на прикладі розрахунок обсягу продукції в умовно-натуральних вимірниках.

**Приклад 1.** Є такі дані про надходження молочної продукції в торгівельну мережу:

| Види продукції | Кількість, т | Коефіцієнт, $k$ |
|----------------|--------------|-----------------|
| молоко 3,2%    | 144,0        | 1,0             |
| молоко 6,0%    | 107,0        | 2,0             |
| ряжанка        | 6,2          | 2,0             |
| сметана00      | 113,0        | 8,5             |

Визначити загальний обсяг надходження продукції в торговельну мережу. На підставі формули (4.1) обсяг продукції в умовно-натуральному вимірі складає:

$$y = \sum k \cdot x = 1 \cdot 144,0 + 2 \cdot 107,0 + 2 \cdot 6,2 + 8,5 \cdot 113 = 1330,9 \text{ умовних т.}$$

**Приклад 2.** Є такі дані про виробництво електродвигунів в натуральному вимірі:

| Потужність двигуна, кВт, (N) | Кількість, шт. |
|------------------------------|----------------|
| 120                          | 800            |
| 150                          | 940            |
| 180                          | 1700           |
| 300                          | 2300           |

Визначити загальну кількість випущених двигунів в умовних одиницях.

За умовну одиницю (еталонний вид продукції) використаємо двигун потужністю  $N=120$  кВт. Тоді для:  $N=120$   $k=1$ ;  $N=150$   $k=150:120=1,25$ ;  $N=180$   $k=180:120=1,5$ ;  $N=300$   $k=300:120=2,5$ .

Обсяг продукції в умовно-натуральному вимірі складає:

$$y = \sum k \cdot x = 1 \cdot 800 + 1,25 \cdot 940 + 1,5 \cdot 1700 + 2,5 \cdot 2300 = 10275 \text{ умовних шт., або } 10275$$

умовних електродвигунів, потужністю 120 кВт.

Відносний показник одержують як співвідношення величини даного явища з величиною будь-якого іншого явища, або з величиною того ж самого явища, але взятого за інший час, або на іншій території.

Потрібно детально засвоїти суть і призначення різних видів відносних величин, зокрема:

- відносні величини планового завдання, виконання плану і відношення значення показника у звітному періоді до значення цього ж показника у попередньому періоді;
- відносні величини просторового порівняння;
- відносні величини динаміки (базисні і ланцюгові);
- відносні величини структури – як відношення складових частин до цілого, або частка (питома вага) частин в обсязі явища;
- відносні величини координації;
- відносні величини інтенсивності.

При обчисленні відносних величин важливе значення має правильний вибір бази, яка є знаменником відносної величини.

Обчислення відносних величин планового завдання ( $K_1$ ), виконання плану ( $K_2$ ) і співвідношень значень показника у звітному періоді і попередньому періоді ( $K_3$ ) здійснюється таким чином.

Позначимо:

а – значення певного показника в попередньому періоді;

в – значення певного показника згідно з планом на поточний період;

с – значення певного показника за звітом у поточному періоді. Тоді:

$$K_1 = \frac{в}{а} \cdot 100; \quad K_2 = \frac{с}{в} \cdot 100; \quad K_3 = \frac{с}{а} \cdot 100; \quad (3.2)$$

Із значень зазначених коефіцієнтів випливає

$$K_3 = K_1 \cdot K_2 \quad (3.3)$$

Всі зазначені вище коефіцієнти відображають по суті темпи росту. Якщо в умові задачі задані прирости або зниження певного показника, то необхідно при визначенні певного коефіцієнта до 100 додати заданий приріст, або від 100 відняти задане зниження.

**Приклад.** Згідно з плановим завданням передбачається знизити собівартість продукції на 1,5%. Собівартість продукції за звітом виросла в порівнянні з планом на 0,5%. Визначити, на скільки змінилася собівартість продукції у звітному періоді в порівнянні з попереднім роком.

Планове завдання складає:

$$K_1 = 100,0 - 1,5 = 98,5\%.$$

Виконання плану складає:

$$K_2 = 100,0 + 0,5 = 100,5\%.$$

Виходячи з формули (4.3)

$$K_3 = K_1 \cdot K_2 = (98,5 \cdot 100,5) : 100 = 99,0\% ,$$

тобто собівартість продукції у звітному році знизилась в порівнянні з попереднім роком на  $100,0 - 99,0 = 1,0\%$ .

## Типові завдання

### Задача № 1.

Розрахуйте відносні показники випуску продукції (виконання плану, планового завдання та динаміки) за даними таблиці. Отримані результати проаналізуйте.

Дані про випуск продукції, тис.грн

| Вид продукції | Обсяг випуску продукції за базисний період | Обсяг випуску продукції за звітний період | Плановий обсяг випуску продукції за звітний період |
|---------------|--|---|--|
| А             | 82000                                      | 85000                                     | 100000   |
| Б             | 247000                                     | 260000                                    | 250000   |
| Разом         | ?  | ?   | ?  |

### Задача № 2.

Маємо дані про експорт цукру за чотири квартали 20XX р.:

| Квартал                        | I   | II  | III | IV  |
|--------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| Обсяг експорту цукру, млрд грн | 2,8 | 3,5 | 3,9 | 4,2 |

Розрахуйте абсолютні та відносні величини динаміки.

### Задача № 3.

Маємо дані про заробітну плату та кількість співробітників кафедри у розрізі (професори, лаборанти) за два періоди. Розрахувати середню заробітну плату за вересень, за жовтень.

Оплата праці співробітників кафедри за два періоди

| Посада   | Оклад, грн |         | Кількість співробітників, чол |         |
|----------|------------|---------|-------------------------------|---------|
|          | вересень   | жовтень | вересень                      | Жовтень |
| Професор | 5000       | 5500    | 4                             | 5       |
| Лаборант | 1300       | 1600    | 1                             | 2       |
| Разом    | X          | X       | ?                             | ?       |

### Задача № 4.

Визначити середню окупність витрат на розвиток новаторства. Дані про окупність витрат на розвиток новаторських робіт

| Новаторські роботи            | Дохід від використання, млн гр.од. | Окупність 1 млн. витрат на розвиток новаторства, млн гр.од. |
|-------------------------------|------------------------------------|---|
| Винаходи                      | 321                                | 4,4   |
| Раціоналізаторські пропозиції | 374                                | 6,2   |
| Разом                         | 695                                | X   |

**Задача № 5.** Визначити середні витрати часу на виготовлення однорідної продукції трьома заводами за звітний та базисний періоди. Обґрунтуйте вибір середньої.

Дані про витрати часу на виготовлення продукції

| Завод | Базисний період                        |  | Звітний період                         |  |
|-------|--|--|--|--|
|       | Обсяг виготовленої продукції, тис. шт. | Витрати часу на виготовлення 1 од. продукції, год. | Обсяг виготовленої продукції, тис. шт. | Витрати часу на виготовлення всього обсягу продукції, год. |
| 1     | 22300                                  | 0,24   | 22000                                  | 5200   |
| 2     | 25800                                  | 0,21   | 26200                                  | 5600   |
| 3     | 23500                                  | 0,22   | 24300                                  | 5400   |
| Разом | ?                                      | X  | ?                                      | X  |

**Задача № 6.**

Дані про рух готівки наведено у таблиці.

Дані про рух готівки, гр. од.

| Рух грошової готівки у касі       | Січень | Лютий | Березень |
|-----------------------------------|--------|-------|----------|
| Залишок готівки на початок місяця | 12     | ?     | ?        |
| Надходження готівки               | 540    | 535   | 638      |
| Інкасовано в банк                 | 490    | 500   | 620      |
| Залишок готівки на кінець місяця  | ?      | ?     | ?        |

Визначте середні залишки готівки за кожний місяць і за перший квартал в цілому; середньомісячні надходження та інкасації готівки.

**Задача № 7.**

Визначити моду та медіану у ряді розподілу сімей за кількістю осіб у сім'ї у місті у 20XX р.

Розподіл сімей за кількістю осіб у сім'ї у місті у 20XX р.

| Розмір сім'ї, осіб | Частка, % | Накопичена частка, % |
|--------------------|-----------|----------------------|
| 1                  | 9,4       | ?                    |
| 2                  | 20,3      | ?                    |
| 3                  | 36,6      | ?                    |
| 4                  | 24,7      | ?                    |
| 5                  | 6,2       | ?                    |
| 6                  | 2,2       | ?                    |
| 7 і більше         | 0,6       | ?                    |

### Задача № 8.

Визначити моду та медіану у ряді розподілу.

Вікова структура населення місті у 20XX р.

| Групи за віком | Частка, % | Накопичена частка, % |
|----------------|-----------|----------------------|
| 16-25          | 20,8      | 20,8                 |
| 26-35          | 18,7      | 39,5                 |
| 36-45          | 21,5      | 61,0                 |
| 45-55          | 17,2      | 78,2                 |
| 56-65          | 14,4      | 92,6                 |
| 66-75          | 5,6       | 98,2                 |
| 75 і більше    | 1,8       | 100                  |

### Задача № 9.

Визначити модальний та медіанний вік емігрантів у країні кожного регіону, провести їх порівняльний аналіз. Дані про розподіл емігрантів за віком

| Вік, років  | Вибули у країні регіону |      |
|-------------|-------------------------|------|
|             | А                       | Б    |
| До 10       | 4,2                     | 2,2  |
| 10-20       | 16,3                    | 11,4 |
| 20-30       | 24,5                    | 30,2 |
| 30-40       | 40,2                    | 34,8 |
| 40-50       | 9,4                     | 9,4  |
| 50-60       | 4,2                     | 2,1  |
| 60 і старші | 1,2                     | 11,9 |
| Разом       | 100                     | 100  |

### *Тема 4. Статистичне вивчення варіації і форми розподілу.*

**Мета:** Закріплення знань з поняття рядів розподілу та набуття практичних навичок з використання характеристик варіації та форми розподілу.

Суть і характеристики варіації. Методи обчислення та математичні властивості дисперсії. Види дисперсій. Характеристики форми розподілу. Моменти розподілу. Аналіз концентрації, диференціації та подібності розподілів.

#### **Питання для обговорення зі студентами**

1. Поняття рядів розподілу.
2. Характеристики ряду розподілу.
3. Які характеристики варіації Ви знаєте?
4. Які показники свідчать про однорідність сукупності?

5. Які характеристики форми розподілу Ви знаєте?
6. Про що свідчить значення коефіцієнту ексцесу?
7. Про що свідчить значення коефіцієнту асиметрії?

### Методичні вказівки до теми

*Середня величина* – одна із найважливіших категорій статистичної науки. За допомогою середніх величин визначаються характерні, типові розміри ознаки в сукупності, що необхідно для вивчення властивостей і закономірностей масових суспільних явищ.

В статистиці є значна кількість середніх. На практиці частіше всього зустрічається чотири види середніх. Їх назва і формули для обчислення наведені в таблиці 5.1

Таблиця 5.1 - Види середніх величин та формули їх обчислення.

| Види середніх | Прості<br>(незгруповані дані)   | Зважені<br>(згруповані дані)  |
|---------------|---|---|
| Арифметична   | $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$  | $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{x_1f_1 + x_2f_2 + x_3f_3 + \dots + x_nf_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$  |
| Гармонічна    | $\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{1+1+1\dots}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$ | $\bar{x} = \frac{\sum W}{\sum \frac{W}{x}} = \frac{W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n}{\frac{W_1}{x_1} + \frac{W_2}{x_2} + \frac{W_3}{x_3} + \dots + \frac{W_n}{x_n}}$ |
| Квадратична   | $\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2}{n}}$                                    | $\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum (x^2 * f)}{\sum f}} = \sqrt{\frac{x_1^2 f_1 + x_2^2 f_2 + x_3^2 f_3 + \dots + x_n^2 f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}}$             |
| Геометрична   | $\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$   | $\bar{x} = \sqrt[n]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot x_3^{f_3} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}}$   |

Важливим питанням при вивченні та використанні середніх є правильний вибір виду середньої, особливо зваженої. Середній показник одержують діленням “обсягу значень ознаки” на чисельність одиниць сукупності, тобто за допомогою логічної формули, яка є дробом. При цьому можливі такі випадки:

1. Якщо є ряд даних по двох взаємозв’язаних показниках, по одному із яких потрібно обчислити середню величину, і при цьому відомі чисельні значення знаменника і її логічної формули, а чисельника - невідомі, однак вони можуть бути визначені як добуток цих показників, тоді середня обчислюється за допомогою середньої арифметичної зваженої.

2. Якщо відомі чисельні значення чисельника логічної формули, а значення знаменника невідомі, однак вони можуть бути визначені шляхом ділення одного показника на інший, то середня обчислюється за формулою середньої гармонічної зваженої.

3. В тому випадку, коли в умовах є чисельні значення чисельника і знаменника логічної формули, то середня визначається шляхом ділення першого на другий.

Перед вибором виду середньої потрібно уявити собі логічну формулу, за якою слід визначати середню величину.

Розглянемо приклад вибору виду середньої. На підставі даних трьох бригад необхідно визначити середню заробітну плату в цілому по заводу при різних комбінаціях даних, які є в розпорядженні статистика.

| Бригада | Середня заробітна плата, грн. (x) | Фонд оплати праці грн. (w) | Чисельність робітників (f) |
|---------|-----------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1       | 2                                 | 3                          | 4                          |
| 1       | 190                               | 5700                       | 30                         |
| 2       | 205                               | 3690                       | 18                         |
| 3       | 212                               | 2120                       | 10                         |
| Разом   | -                                 | 11510                      | 58                         |

Щоб визначити середню заробітну плату по заводу необхідно загальний фонд оплати праці поділити на загальну чисельність робітників тобто:

$$\bar{x} = \frac{\sum W}{\sum f}.$$

Можливі такі варіанти наявності даних:

**Варіант 1.** Є дані графи 2 і граfi 3, тобто в логічній формулі відомий чисельник, а невідомий знаменник. Згідно з правилами вибору середньої остання визначається як середня гармонічна зважена, тому що кількість робітників можна визначити шляхом ділення фонду оплати праці на середню зарплату.

$$\text{Отже: } \bar{x} = \frac{\sum W}{\sum f} = \frac{5700 + 3690 + 2120}{\frac{5700}{190} + \frac{3690}{205} + \frac{2120}{212}} = \frac{11510}{58} = 198,4 \text{ грн.}$$

**Варіант 2.** Є дані граfi 2 і граfi 4, тобто в логічній формулі відомий знаменник, а невідомий чисельник. В такому випадку середня визначається як середня арифметична зважена, тому що фонд оплати праці можна визначити як добуток середньої заробітної плати на чисельність робітників. Отже

$$\bar{x} = \frac{\sum W}{\sum f} = \frac{190 \cdot 30 + 205 \cdot 18 + 212 \cdot 10}{30 + 18 + 10} = 198,4 \text{ грн.}$$

**Варіант 3.** Є дані граfi 3 і граfi 4, тобто відомий і чисельник і знаменник логічної формули. Тоді середня визначається так:

$$\bar{x} = \frac{\sum W}{\sum f} = \frac{11510}{58} = 198,4 \text{ грн.}$$

Крім перелічених раніше середніх (таблиця 5.1) в статистиці використовуються ще два різновиди середніх, які умовно називають структурними середніми. Це мода і медіана.

Мода і медіана в дискретних і інтервальних рядах розподілу визначається по різному.

Модойо в дискретному ряду є варіанта з найбільшою частотою (часткою).

Для інтервального ряду мода обчислюється за такою формулою:

$$M_0 = X_{M_0} + i_{M_0} \cdot \frac{(f_{M_0} - f_{M_0-1})}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})}, \quad (4.1)$$

де  $X_{M_0}$  - мінімальна границя модального інтервалу (модальний – це інтервал з найбільшою частотою);

$i_{M_0}$  - величина модального інтервалу;

$f_{M_0}; f_{M_0-1}; f_{M_0+1}$  - відповідно частоти модального інтервалу; інтервалу, що передує модальному; інтервалу, що слідує за модальним.

Медіана – це варіанта, яка ділить ранжований ряд на дві рівні частини.

Для визначення медіани в дискретному ряду розподілу потрібно спочатку розрахувати порядковий номер медіанного варіанту, використовуючи для цього формулу:

$$H = \frac{\sum f + 1}{2} \quad (4.2)$$

Для того, щоб визначити, яка варіанта відповідає цьому порядковому номеру, потрібно спочатку накопичуватисуми (кумулятивні суми) частот до тих пір, поки не буде виконуватися умова:

$$f'' \geq (\sum f + 1) : 2,$$

де  $f''$  - кумулятивна сума.

Варіанта, яка відповідає зазначеній залежності і є медіана.

При цьому більшою кумулятивна сума буде в тому випадку, коли попередня сума частот ( $f''$ ) буде менша ( $(\sum f + 1) : 2$ ).

Для визначення кумулятивних частот можна скористатися такими залежностями:

$$f_1'' = f_1; f_i'' = f_{i-1}'' + f_i \quad (\text{для } i > 1); \sum f_i = \sum f_i'' \quad (4.3)$$

Для обчислення медіани в інтервальному ряду розподілу спочатку необхідно визначити медіанний інтервал, який відповідає умовам:

$$f'' \geq \frac{\sum f}{2}. \quad (4.4)$$

Медіана в інтервальному ряду визначається за формулою:

$$M_e = X_{me} + i_{me} \cdot \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{me-1}}{f_{me}}, \quad (4.5)$$

де  $X_{me}$  - мінімальна границя медіанного інтервалу;

$i_{me}$  - величина медіанного інтервалу;  
 $\sum f$  - сума частот ряду;

$S_{me-1}$  - сума накопичення частот в інтервалі, що передує медіанному;

$f_{me}$  - частота медіанного інтервалу.

Показники варіації, які характеризують мінливість значень ознаки, наведені в таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 - Показники варіації і формули для їх розрахунків

| Показники варіації             | Незгруповані дані                                | Згруповані дані   |
|--------------------------------|--|---|
| Розмах варіації                | $R = X_{\max} - X_{\min}$                        | $R = X_{\max} - X_{\min}$                               |
| Середнє лінійне відхилення     | $\bar{d} = \frac{\sum  x - \bar{x} }{n}$         | $\bar{d} = \frac{\sum  x - \bar{x}  f}{\sum f}$         |
| Середнє квадратичне відхилення | $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$ | $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}}$ |
| Дисперсія                      | $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$      | $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$      |
| Коефіцієнт варіації            | $V = \frac{\sigma}{x} \cdot 100$                 | $V = \frac{\sigma}{x} \cdot 100$                        |

Для засвоєння матеріалу покажемо методику обчислення середніх та показників варіації на основі даних дискретного і інтервального групувань. Всі проміжні розрахунки доцільно провести в таблиці, використавши певні арифметичні взаємозв'язки даних.

В таблиці 4.3 наведений приклад проведення проміжних розрахунків, які врешті використовуються для визначення кінцевих показників. Первинними даними є: "x" – кількість робітників на 40 невеликих підприємствах і "f" – кількість підприємств з відповідною чисельністю робітників.

Таблиця 4.3 Дискретне групування

| x        | f         | $f''$ | xf          | $ x - \bar{x} $ | $ x - \bar{x} f$ | $ x - \bar{x} ^2$ | $ x - \bar{x} ^2 f$ | $f'$         | $xf'$       |
|----------|-----------|-------|-------------|-----------------|------------------|-------------------|---------------------|--------------|-------------|
| 30       | 1         | 1     | 30          | 45,25           | 45,25            | 2047,6            | 2047,6              | 2,5          | 75          |
| 40       | 6         | 7     | 240         | 35,25           | 211,50           | 1242,6            | 7455,5              | 15,0         | 600         |
| 50       | 5         | 12    | 250         | 25,25           | 126,25           | 637,6             | 3188,0              | 12,5         | 625         |
| 60       | 4         | 16    | 240         | 15,25           | 61,00            | 232,6             | 930,4               | 10,0         | 600         |
| 70       | 5         | 21    | 350         | 5,25            | 26,25            | 27,6              | 138,0               | 12,5         | 875         |
| 80       | 4         | 25    | 320         | 4,75            | 19,00            | 22,5              | 90,0                | 10,0         | 800         |
| 90       | 3         | 28    | 270         | 14,75           | 44,25            | 217,5             | 625,5               | 7,5          | 675         |
| 100      | 4         | 32    | 400         | 24,75           | 99,00            | 612,5             | 2450,0              | 10,0         | 1000        |
| 110      | 5         | 37    | 550         | 34,75           | 173,75           | 1207,5            | 6037,5              | 12,5         | 1375        |
| 220      | 3         | 40    | 360         | 44,75           | 134,25           | 2002,5            | 6007,5              | 7,5          | 900         |
| $\Sigma$ | <b>40</b> |       | <b>3010</b> | -               | <b>940,5</b>     | -                 | <b>28997,0</b>      | <b>100,0</b> | <b>7525</b> |

Середня арифметична в незгрупованому ряду і в дискретному групуванні (незалежно від того, чи використовується частота –  $f$ , або частка -  $f'$ ) завжди співпадає. Це правило відноситься і до показників варіації.

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{f} = \frac{3010}{40} = 75,25, \text{ або } \bar{x} = \frac{\sum xf'}{f'} = \frac{7525}{100} = 75,25$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{940,5}{40} = 23,25; \quad \sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{289970}{40} = 724,9$$

$$\sigma = \sqrt{724,9} = 26,9; \quad V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{26,9}{75,25} \cdot 100 = 35,7\%$$

$$M_0 = 40; \quad M_c = 70 \left( f' \geq \frac{\sum f + 1}{2}; \quad 21 \geq \frac{40 + 1}{2}; 21 \geq 20,5 \right)$$

Середня арифметична в інтервальних групуваннях визначається аналогічно дискретному варіаційному ряду, однак спочатку потрібно визначити середнє значення інтервалу. У відкритих інтервальних групуваннях у першому і останньому рядках (якщо ряд відкритий зверху і знизу) розмір інтервалу приймається на рівні рядів, що знаходяться поруч (другий і передостанній).

У табл. 4.4 наведений приклад проведення проміжних розрахунків, результати яких використовують для обчислення середніх і показників варіації.

Таблиця 4.4 Проміжні розрахунки

| Групи робітників за кількістю виробленої продукції за зміну, шт. (X) | Кількість робітників | Середнє значення інтервалу<br>$x' = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}$ | $x'f$      | $ x' - \bar{x} $ | $ x' - \bar{x} f$ | $ x' - \bar{x} ^2$ | $ x' - \bar{x} ^2 f$ | $f''$ |
|--|----------------------|--|------------|------------------|-------------------|--------------------|----------------------|-------|
| До 5   | 10                   | 4  | 40         | 3,5              | 35,0              | 12,25              | 122,50               | 10    |
| 5-7  | 30                   | 6  | 180        | 1,5              | 45,0              | 2,25               | 67,50                | 40    |
| 7-9  | 40                   | 8  | 320        | 0,5              | 20,0              | 0,25               | 10,00                | 80    |
| 9-11   | 15                   | 10   | 150        | 2,5              | 37,0              | 6,25               | 93,75                | 95    |
| Понад 11   | 5                    | 12   | 60         | 4,5              | 22,5              | 20,25              | 101,25               | 10    |
| <b>Разом</b>   | <b>100</b>           | -  | <b>750</b> | -                | <b>160,0</b>      | -                  | <b>395,00</b>        | 0     |

$$\bar{x} = \frac{\sum x'f}{\sum f} = \frac{750}{100} = 7,5; \quad d = \frac{\sum |x' - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{160}{100} = 1,6;$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x' - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{395}{100} = 3,95 \quad \sigma = \sqrt{3,95} = 1,99; \quad V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{1,99}{7,5} \cdot 100 = 26,5\%$$

Модальним є інтервал 7-9, тому що він має максимальну частоту ( $f = 40$ ).

$$\text{Згідно з формулою (5.1): } M_0 = 7 + 2 \frac{40 - 30}{(40 - 30) + (40 - 15)} \approx 7,6$$

Медіанним є інтервал 7-9, тобто він співпадає з модельним інтервалом ( $y'' \geq \frac{\sum f}{2}; y'' \geq \frac{100}{2}; y'' \geq 50$ , тобто це перший інтервал, який відповідає зазначеній вимозі).

Згідно з формулою (4.5):

$$M_e = X_{me} + i_{me} \cdot \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{me-1}}{f_{me}} = 7 + 2 \cdot \frac{\frac{100}{2} - 40}{40} = 7,5$$

Середня гармонійна проста використовується для визначення витрат ресурсів (трудових, матеріальних) на одиницю продукції (робіт, послуг).

Наприклад, студент А на розв'язання однієї задачі витратив 12 хв., студент Б – 15 хв., студент В – 14 хв., студент Г – 16 хв., студент Д – 14 хв.

Якщо визначити середнє значення як середню арифметичну величину, тобто:

$$(12+15+14+16+15)/5=14,4 \text{ хв, то це буде невірно.}$$

Для обґрунтування вибору виду середньої необхідно логічно уявити, яким чином слід розв'язати таку задачу. Щоб визначити, скільки часу потрібно в середньому на розв'язання однієї задачі, необхідно, очевидно, весь витрачений час розділити на кількість розв'язаних задач.

Уявімо собі, що студенти розв'язували задачі протягом академічного часу (умовний вибір часу значення не має). Тоді кожний студент витратив по 45 хв., а щоб визначити кількість розв'язаних задач протягом встановленого терміну, необхідно витрати часу кожного студента розділити на витрати часу на розв'язання однієї задачі, тобто

$$\bar{x} = \frac{45 + 45 + 45 + 45 + 45}{\frac{45}{12} + \frac{45}{15} + \frac{45}{14} + \frac{45}{16} + \frac{45}{15}} = \frac{45(1+1+1+1+1)}{45(\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{14} + \frac{1}{16} + \frac{1}{15})} = \frac{5}{\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{14} + \frac{1}{16} + \frac{1}{15}} = 13,3 \text{ кв. Що}$$

відповідає формулі середньої гармонійної простої:  $\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$

## Типові завдання

### Задача № 1

Дані про виконання норм виробітку робітниками одного з цехів заводу наведені в таблиці. Визначити характеристики варіації та форми розподілу. Отримані результати проаналізувати.

#### Розподіл робітників за виконанням норм виробітку

| Групи за виконанням норм виробітку, % | Кількість робітників, чол. |
|---------------------------------------|----------------------------|
| До 100                                | 12                         |
| 100-105                               | 20                         |
| 105-110                               | 80                         |
| 110-115                               | 46                         |
| 115-120                               | 36                         |
| 120 і вище                            | 6                          |
| Разом                                 | 200                        |

## Задача № 2

Дані про кредитні ставки комерційних банків під короткострокові позики наведені в таблиці. Визначити характеристики варіації та форми розподілу. Отримані результати проаналізувати.

Дані про кредитні ставки комерційних банків під короткострокові позики

| Кредитна ставка, % | Суми наданих позик, млн гр.од. |            |
|--------------------|--------------------------------|------------|
|                    | I квартал                      | II квартал |
| До 30              | 1                              | 5          |
| 30-40              | 2                              | 12         |
| 40-50              | 4                              | 8          |
| 50 і більше        | 6                              | 4          |
| Разом              | 13                             | 29         |

## Тема 5. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків.

**Мета:** Закріплення знань та набуття практичних навичок з аналітичного групування та дисперсійного аналізу. Закріплення знань та набуття практичних навичок зі статистичного вимірювання взаємозв'язків.

Види взаємозв'язків між явищами. Кореляційний зв'язок. Непараметричні методи оцінки кореляційного зв'язку. Рангова кореляція. Метод аналітичного групування. Правило розкладання варіацій та економічна суть кореляційного відношення. Суть і етапи кореляційно-регресійного аналізу. Лінійне рівняння регресії та лінійний коефіцієнт кореляції. Множинна регресія та багатофакторна кореляція. Перевірка істотності зв'язку.

### Питання для обговорення зі студентами

1. Наведіть три приклади статистичного зв'язку.
2. Про що свідчить факт, коли групові середні, обчислені при дисперсійному аналізі, мають однакові значення?
3. Який зв'язок є кореляційним, який стохастичним? Наведіть приклади.
4. Які існують прості методи оцінки тісноти взаємозв'язку між ознаками?
5. В чому полягає сутність методу аналітичного групування?
6. В чому полягає сутність дисперсійного аналізу?
7. Що таке кореляція; регресія?
8. В чому полягає сутність кореляційно-регресійного аналізу?
9. За допомогою яких показників оцінюється щільність зв'язку при проведенні кореляційно-регресійного аналізу?
10. Які значення можуть приймати ці показники, про що вони свідчать?
11. Чим відрізняється коефіцієнт кореляції від індексу кореляції?
12. Багатофакторна кореляція.
13. Непараметричні методи вивчення взаємозв'язків між явищами.

## Методичні вказівки до теми.

Вивчення взаємозв'язків – важлива пізнавальна задача статистики. Основними методами вивчення взаємозв'язків є: балансовий, групування, індекси, аналіз кореляції і регресії. Методи вивчення взаємозв'язків за допомогою групування та індексів розглядалися в попередніх темах.

Що стосується методу кореляції і регресії, то потрібно знати, що кореляційні зв'язки відображають взаємозв'язок між результативним показником ( $y$ ) і факторним показниками ( $X_i$ ) тільки в середньому.

Основна задача кореляційного і регресивного аналізу полягає в тому, щоб знайти алгебраїчну залежність між результативним показником і факторами, які визначають його рівень, тобто знайти математичну формулу рівняння:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5.1)$$

а потім використати одержане рівняння для проведення техніко-економічних досліджень.

В залежності від кількості факторів, що визначають рівень результативної ознаки, рівняння регресії можуть бути парними (одно факторними), якщо в рівняння включається тільки один фактор, або багатofакторними (множинними, багаточинниковими), якщо кількість факторів два і більше.

В залежності від виду зв'язку рівняння бувають лінійні і нелінійні (криволінійні).

### Парні рівняння

Лінійне

$$y = a_0 + a_1 x$$

Нелінійні

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 - \text{квадратичне}$$

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x} - \text{гіперболічне}$$

$$\ln y = a_0 + a_1 \ln x - \text{логарифмічне}$$

$$y = a_0 x^{a_1} - \text{степеневе}$$

$$y = a_0 a_1^x - \text{показникове}$$

$$y = a_0 e^{a_1 x} - \text{експоненціальні}$$

### Багатofакторні рівняння.

Із великої кількості багатofакторних рівнянь в економічних дослідженнях найчастіше використовуються такі:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n - \text{лінійне}$$

$$y = a_0 x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n} - \text{степеневе.}$$

$$\ln y = a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 + a_3 \ln x_3 + \dots + a_n \ln x_n - \text{логарифмічне.}$$

Для визначення параметрів будь-якого рівняння ( $a_0, a_i$ ) використовується метод найменших квадратів:

$$\sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min \quad (5.2)$$

де  $y_i, \hat{y}_i$  - відповідно фактичне і розрахункове на підставі рівняння значення результативного показника. На підставі методу найменших квадратів формується система нормальних рівнянь.

Стосовно парного лінійного рівняння і квадратичного рівняння система нормальних рівнянь має такий вигляд:

$$y = a_0 + a_1 x \qquad y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \end{cases} \quad (5.3)$$

$$\begin{cases} \sum y = a_0 n + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 \\ \sum xy = a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 \\ \sum x^2 y = a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 \end{cases} \quad (5.4)$$

Тіснота зв'язку між факторним (факторними) і результативним показником визначаються для:

парного лінійного рівняння – за допомогою парного лінійного коефіцієнта кореляції ( $r$ ):

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}; \quad (5.5)$$

багатофакторного лінійного рівняння – за допомогою множинного коефіцієнта кореляції ( $R$ ):

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} \quad (5.6)$$

де  $\hat{y}$  - розрахункове значення результативного показника;

нелінійних рівнянь (парних і багатофакторних) – за допомогою кореляційного відношення ( $\eta$ ) – парного і множинного:

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} \quad (5.7)$$

Крім тісноти зв'язку для оцінки якості рівняння використовується середня помилка апроксимація ( $\bar{E}$ ):

$$\bar{E} = \frac{1}{n} \sum \frac{|y - \hat{y}|}{y} \cdot 100 \quad (5.8)$$

Розглянемо приклад побудови і оцінки парного лінійного рівняння залежності обсягу товарної продукції ( $Y$ ) від вартості основних фондів ( $x$ ). Всі проміжки розрахунки для обчислення параметрів рівняння ( $a_0, a_1$ ), парного лінійного коефіцієнта кореляції ( $r$ ), середньої помилки апроксимації ( $\bar{E}$ ) приведені в табл.5.1.

Таблиця 5.1 - Проміжки розрахунків параметрів і характеристик рівняння.

| Вартість основних фондів, млн.грн..(x) | Обсяг товарної продукції, млн. грн. (y) | xy          | x <sup>2</sup> | y <sup>2</sup> | $\hat{y}$  | $ y - \hat{y} $ | $\frac{ y - \hat{y} }{y}$ |
|--|---|-------------|----------------|----------------|------------|-----------------|---------------------------|
| 1                                      | 20                                      | 20          | 1              | 400            | 19,4       | 0,6             | 0,030                     |
| 2                                      | 25                                      | 50          | 4              | 625            | 25,0       | 0,0             | 0,0                       |
| 3                                      | 31                                      | 93          | 9              | 961            | 30,6       | 0,4             | 0,013                     |
| 4                                      | 31                                      | 124         | 16             | 961            | 36,2       | 5,2             | 0,168                     |
| 5                                      | 40                                      | 200         | 25             | 1600           | 41,8       | 1,8             | 0,045                     |
| 6                                      | 56                                      | 336         | 36             | 3136           | 47,4       | 8,6             | 0,154                     |
| 7                                      | 52                                      | 364         | 49             | 2704           | 53,0       | 1,0             | 0,019                     |
| 8                                      | 60                                      | 480         | 64             | 3600           | 58,6       | 1,4             | 0,023                     |
| 9                                      | 60                                      | 540         | 81             | 3600           | 64,2       | 4,2             | 0,070                     |
| 10                                     | 70                                      | 700         | 100            | 4900           | 69,8       | 0,2             | 0,003                     |
| <b>Σ55</b>                             | <b>445</b>                              | <b>2907</b> | <b>385</b>     | <b>22487</b>   | <b>445</b> |                 | <b>0,525</b>              |

Визначити : а) параметри рівняння ( $a_0, a_1$ )

б) парний лінійний коефіцієнт кореляції (r)

в) середню помилку апроксимації ( $\bar{\epsilon}$ )

Параметри рівняння визначимо за допомогою системи нормальних рівнянь (5.3), використавши одночасно проміжні розрахунки:

$$\begin{cases} 10a_0 + 55a_1 = 445 \\ 55a_0 + 385a_1 = 2907 \end{cases} \quad a_0 = 13,8; a_1 = 5,6$$

Таким чином рівняння має такий вигляд:  $y = 13,8 + 5,6x$

Для оцінки вірності розрахунків використовується рівняння  $\sum y = \sum \hat{y}$

Для зручності і прискорення розрахунків параметри лінійного рівняння також можна визначити таким чином:

Парний лінійний коефіцієнт кореляції визначимо на підставі рівняння (9.5):

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{445 \cdot 385 - 2907 \cdot 55}{10 \cdot 385 - 55^2} = 13,8$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{10 \cdot 2907 - 55 \cdot 445}{10 \cdot 385 - 55^2} = 5,6$$

$$r = \frac{10 \cdot 2907 - 55 \cdot 445}{\sqrt{[10 \cdot 385 - 55^2] \cdot [10 \cdot 22487 - 445^2]}} = 0,976$$

Середню помилку апроксимації розрахуємо за формулою (9.8):

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{10} \cdot 0,525 \cdot 100 = 5,25\%$$

Розрахункові значення результативного показника ( $\hat{y}$ ) визначаються шляхом послідовного підставлення фактичного значення фактору (x) в побудоване рівняння:

$$y = 13,8 + 5,6x$$

$$\hat{y}_1 = 13,8 + 5,6 \cdot 1 = 19,4; \hat{y}_2 = 13,8 + 5,6 \cdot 2 = 25,0; \hat{y}_3 = 13,8 + 5,6 \cdot 3 = 30,6$$

Нарівні з використанням плинної середньої для вирівнювання динамічних рядів використовуються методи кореляції і регресії. Залежність приймає вигляд:

$$Y_t = f(t), \quad (5.9)$$

де  $Y_t$  – рівні динамічного ряду, що визначаються відповідним аналітичним виразом (рівнянням) в момент часу  $t$ ;

$t$  – натуральний ряд чисел ( $t = 1; 2; 3; \dots; n$ )

Залежність (5.9) називається **часовим трендом**. Останній показує зміну явища (процесу) в часі. Рівняння часового тренда може бути описано різними видами моделей. Для реалізації часового тренда використовуються ті ж формули, що і для парного рівняння. При визначенні параметрів і характеристик рівняння тренда у відповідні формули замість “ $x$ ” використовуються  $t$  ( $t = 1; 2; 3; \dots; n$ ).

За допомогою рівняння тренда можна дослідити тенденції і закономірності розвитку явища. Рівняння тренда використовується для інтерполяції і екстраполяції (прогнозування) рядів динаміки. Інтерполяція дозволяє визначити рівень відсутнього показника в межах  $(1 \div n)$ .

Екстраполяція дозволяє прогнозувати рівень показників за межами ретроспективи, тобто визначити значення показника в перспективі для  $t_{n+1}; t_{n+2}; \dots; t_{n+r}$ ;

Розглянемо приклад використання часового тренду для прогнозування.

На підставі даних з продуктивності праці за 10 років побудоване рівняння тренда з такими параметрами.

$$Y_t = 2,35 + 6,7t \quad (5.10)$$

Поставлена задача: скласти прогноз продуктивності праці на наступні п'ять років. Для цього з рівняння тренда необхідно послідовно підставляти  $t = 11; t = 12; t = 13; t = 14; t = 15$ , тобто:

$$\hat{y}_1 = 2,35 + 6,7 \cdot 11 = 76 \text{ тис.грн.}$$

$$\hat{y}_2 = 2,35 + 6,7 \cdot 12 = 83 \text{ тис.грн.};$$

$$\hat{y}_3 = 2,35 + 6,7 \cdot 13 = 89 \text{ тис.грн.};$$

$$\hat{y}_4 = 2,35 + 6,7 \cdot 14 = 96 \text{ тис.грн.};$$

$$\hat{y}_5 = 2,35 + 6,7 \cdot 15 = 103 \text{ тис.грн.},$$

де  $\hat{y}_i$  - прогнозне значення показника на певний період.

В деяких випадках при вимірюванні зв'язку між ознаками використовують так звані “непараметричні методи”.

В основі непараметричних методів лежить принцип нумерації варіантів статистичного ряду. Кожній одиниці сукупності присвоюється порядковий номер ряду, який буде впорядкований за рівнем ознаки. Таким чином, ряд значень ознаки ранжується, а номер кожної окремої одиниці буде її рангом.

Для ранжованих об'єктів показником зв'язку є коефіцієнт рангової кореляції.

В дослідженнях широко використовуються коефіцієнт рангової кореляції Спірмена, який обчислюється за такою формулою:

$$P = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (5.11)$$

де  $n$  – кількість одиниць вибіркової сукупності;

$$d^2 = (R_x - R_y)^2$$

$R_x$  - ранг факторної ознаки;

$R_y$  - ранг результативної ознаки.

Ранги ознакам надаються таким чином : максимальному значенню надається 1, наступному по величині 2 і т.д.

Обчислення коефіцієнта рангової кореляції Спірмена проведемо на прикладі даних табл. 5.2, де в якості фактору ( $x$ ) використовується кількість йоду в воді і їжі, а в якості результативного показника ( $y$ ) – захворювання населення зобом.

Таблиця 5.2 - Оцінка зв'язку між середнім вмістом йоду в воді і їжі і захворюванням населення.

| Кількість йоду у воді і їжі, г. (x) | Захворювання населення зобом, % (y) | РАНГ                |                                   | Rx - Ry | (Rx - Ry) <sup>2</sup> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------|-----------------------------------|---------|------------------------|
|                                     |                                     | Кількість йоду (Rx) | Захворювання населення зобом (Ry) |         |                        |
| 201                                 | 0,2                                 | 1                   | 7                                 | -6      | 36                     |
| 178                                 | 0,6                                 | 2                   | 6                                 | -4      | 16                     |
| 155                                 | 1,1                                 | 3                   | 4                                 | -1      | 1                      |
| 154                                 | 0,8                                 | 4                   | 5                                 | -1      | 1                      |
| 126                                 | 2,5                                 | 5                   | 3                                 | +2      | 4                      |
| 81                                  | 4,4                                 | 6                   | 2                                 | +4      | 16                     |
| 71                                  | 16,9                                | 7                   | 1                                 | +6      | 36                     |
| Разом                               | -                                   | -                   | -                                 | -       | 110                    |

На підставі формули (5.1) коефіцієнт рангової кореляції Спірмена дорівнює:

$$P = 1 - \frac{6 \cdot 110}{7 \cdot (49 - 1)} = 0,964 ,$$

що свідчить про тісний зв'язок між ознаками.

### Типові завдання

#### Задача № 1.

Маємо такі дані про годинний виробіток деталей робітниками двох груп, які пройшли перепідготовку ( $N_1$ ) і не пройшли ( $N_2$ ), чисельністю 5 осіб кожна.

### Годинний виробіток робітників

| №з/п  | Годинний виробіток деталей, шт. |         | Індивідуальне відхилення від загальної середньої |         | Квадрат індивідуального відхилення |         |
|-------|---------------------------------|---------|--|---------|------------------------------------|---------|
|       | група 1                         | група 2 | група 1  | група 2 | група 1                            | група 2 |
| 1     | 40                              | 62      | -14  | 8       | 196                                | 64      |
| 2     | 48                              | 66      | -6   | 12      | 36                                 | 144     |
| 3     | 43                              | 60      | -11  | 6       | 121                                | 36      |
| 4     | 45                              | 68      | -9   | 14      | 81                                 | 196     |
| 5     | 44                              | 64      | -10  | 10      | 100                                | 100     |
| Разом | 220                             | 320     | -50  | 50      | 534                                | 540     |

Провести дисперсійний аналіз.

#### **Задача № 2.**

За даними таблиці оцінити щільність зв'язку між ознаками «вік устаткування» - «витрати на ремонт». Проаналізувати отримані результати.

Вік устаткування та витрати на ремонт для групи підприємств

| № з/п | Вік устаткування, років | Витрати на ремонт, тис. грн. |
|-------|-------------------------|------------------------------|
| 1     | 4                       | 1,5                          |
| 2     | 5                       | 2,0                          |
| 3     | 5                       | 1,4                          |
| 4     | 6                       | 2,3                          |
| 5     | 8                       | 2,7                          |
| 6     | 10                      | 4,0                          |
| 7     | 8                       | 2,3                          |
| 8     | 7                       | 2,5                          |
| 9     | 11                      | 6,6                          |
| 10    | 6                       | 1,7                          |
| Разом | 70                      | 27                           |

### *Тема 6. Статистичне вивчення динаміки.*

***Мета: Закріплення знань з поняття та види рядів динаміки, набуття практичних навичок з застосування характеристик рядів динаміки. Закріплення знань та набуття практичних навичок з визначення тенденції розвитку та статистичного вивчення сезонності.***

***Ряд динаміки*** - основа аналізу та прогнозування соціально-економічних процесів. Поняття про статистичні ряди динаміки. Види рядів динаміки та їх особливості. Методика розрахунку середнього рівня ряду динаміки. Аналітичні

показники ряду динаміки (ланцюгові, базисні та середні): абсолютний приріст, темп росту і приросту. Методи обробки рядів динаміки. Приведення ряду динаміки до єдиної основи. Сезонні коливання та їх вимірювання. Поняття про закономірності динаміки (розвитку у часі). Компоненти ряду динаміки. Тренд ряду динаміки. Визначення тренду ряду динаміки методом збільшення інтервалів часу, рухомої середньої. Аналітичне вирівнювання ряду динаміки. Лінійне рівняння тренду. Екстраполяція та інтерполяція в рядах динаміки. Кореляція рядів динаміки. Методи прогнозування на основі рядів динаміки. Аналіз сезонних коливань.

### Питання для обговорення зі студентами

1. Що характеризує собою ряд динаміки? Назвіть його елементи.
2. Як обчислити середній рівень моментного ряду при нерівних інтервалах між датами?
3. Як визначити абсолютний приріст випуску продукції за період?
4. Як визначити темп зростання випуску продукції за період?
5. Який зв'язок між сумою ланцюгових абсолютних приростів та останнім базисним?
6. Який зв'язок між добутком ланцюгових темпів зростання та останнім базисем?
7. Як змінюються темпи зростання при стабільних абсолютних приростах
8. Як зміняться абсолютні прирости при стабільних темпах зростання?
9. З якою метою обчислюється коефіцієнт випередження?
10. Скільки п'ятирічних плинних середніх можна визначити в ряду із 15 рівнів?
11. Дайте визначення терміну «тенденція».
12. Що таке тренд?
13. Поясніть сутність інтерполяції та екстраполяції.
14. В чому полягає сутність статистичного вивчення сезонності?

### Методичні вказівки до теми

*Рядами динаміки* в статистиці називаються ряди, які за допомогою показників характеризують зміну явищ в часі. Аналіз рядів динаміки є найефективнішим засобом оцінки тенденції і закономірностей розвитку явищ. Основними елементами динамічного ряду є: рівень (окремий показник ряду) і час до якого відноситься відповідний рівень. Рівнями ряду можуть бути абсолютні, середні і відносні величини.

Для аналізу динамічних рядів необхідно знати їх види. Перш за все потрібно відрізнити інтервальні і моментні ряди динаміки.

В інтервальних рядах рівні висвітлюють величину явищ за проміжок часу. Наприклад, випуск продукції підприємством по місяцях за перше півріччя (тис. грн.):

| січень | лютий | березень | квітень | травень | червень |
|--------|-------|----------|---------|---------|---------|
| 355    | 340   | 360      | 365     | 370     | 375     |

В моментних рядах динаміки рівні висвітлюють величину явища на певну дату. Наприклад, дані про залишки готової продукції на складах підприємства на початок кожного місяця за перше півріччя (тис. грн.):

|      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.01 | 1.02 | 1.03 | 1.04 | 1.05 | 1.06 | 1.07 |
| 3,5  | 2,8  | 3,0  | 2,9  | 2,0  | 2,7  | 1,9  |

На відміну від моментних рядів динаміки, рівні явищ за окремі періоди, тобто інтервальні ряди можна підсумовувати, одержуючи таким чином нові рівні ряду за більш тривалий період.

За повнотою часу, який відображається в рядах динаміки, їх можна поділити на повні і неповні. В повних рядах дати або періоди ідуть одним за одним з рівними інтервалами. У неповних рядах в послідовності часу рівний інтервал не додержується.

Раніше наведені динамічні ряди є повними.

Приклад неповного моментного ряду можна показати на підставі наведених вище даних про залишки готової продукції на складі:

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 1.01 | 1.03 | 1.04 | 1.07 |
| 3,5  | 3,0  | 2,9  | 1,9  |

Методи обчислення середніх рівнів динамічного ряду залежить від його виду.

В інтервальних рядах динаміки середній рівень ряду обчислюється за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n} \quad (6.1)$$

Використовуючи раніш наведені дані про випуск продукції підприємством, визначимо середній рівень динамічного ряду, тобто випуск продукції в середньому за місяць:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{355 + 340 + 360 + 365 + 370 + 375}{6} = 360,8 \text{ тис. грн.}$$

Середній рівень повного моментного ряду обчислюється за такою формулою:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \dots + y_{n-1} + y_n}{n-1} \quad (6.2)$$

Для раніш наведених даних:

$$\bar{y} = \frac{3,5}{2} + 2,8 + 3,0 + 2,9 + 2,0 + 2,7 + \frac{1,9}{2} = \frac{6,1}{6} \approx 2,7 \text{ тис. грн.,}$$

тобто середні місячні залишки продукції на складах складають 2,7 тис. грн.

Середній рівень неповного моментного ряду визначається за формулою:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2(t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_{n-1})} \quad (6.3)$$

де  $t$  – величина інтервалу часу між суміжними періодами. На підставі раніш наведених даних:

$$\bar{y} = \frac{(3,5 + 3,0)2 + (3,0 + 2,9)1 + (2,9 + 1,9)3}{2(2 + 1 + 3)} = \frac{33,3}{12} = 2,8 \text{ тис. грн.}$$

Крім середніх значень динамічного ряду для вивчення динаміки соціально-економічних явищ використовується ряд аналітичних показників, назва і формули для обчислення яких приведені в табл. 6.1.

Таблиця 6.1-Аналітичні показники динамічних рядів

| №№ пп. | Аналітичні показники                  | Розрахункові формули  |
|--------|---------------------------------------|---|
| 1      | <b>Абсолютний приріст:</b>            |   |
| 1.1    | Ланцюговий                            | $\Delta'y = y_i - y_{i-1}$  |
| 1.2    | Базисний                              | $\Delta y = y_i - y_0$  |
| 1.3    | Середній                              | $\Delta\bar{y} = \frac{y_n - y_0}{n - 1}$                                     |
| 2      | <b>Темп росту:</b>                    |   |
| 2.1    | Ланцюговий                            | $Tr' = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100$   |
| 2.2    | Базисний                              | $Tr = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100$  |
| 2.3    | За весь період                        | $Tn = \frac{y_n}{y_0} \cdot 100$  |
| 2.4    | Середній                              | $Tr = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \cdot 100$                                  |
| 3      | <b>Темп приросту (середній)</b>       | $Tnp = Tr - 100; (Tnp = \bar{Tr} - 100)$                                      |
| 4      | <b>Абсолютний розмір 1% приросту:</b> |   |
| 4.1    | Ланцюговий                            | $\Delta y_{1\%} = \frac{y_{i-1}}{100}$  |
| 4.2    | Середній за весь період               | $\Delta\bar{y}_{1\%} = \frac{\Delta\bar{y}}{\bar{Tnp}}$                       |
| 4.3    | Коефіцієнт випередження (відставання) | $K = \left( \frac{y_i}{y_{i-1}} \right) : \left( \frac{x_i}{x_{i-1}} \right)$ |

На підставі даних табл. 6.2 обчислимо аналітичні показники динаміки (1.1 – 4.2), які приведені в табл. 6.1

Таблиця 6.2. Виробництво товарної продукції підприємством за роки п'ятиріччя (млн грн)

| Показник                           | 2014<br>(базисний рік) | Роки п'ятиріччя |      |      |      |      |
|------------------------------------|------------------------|-----------------|------|------|------|------|
|                                    |                        | 2015            | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
| Обсяг продукції в порівняних цінах | 22,6                   | 23,4            | 25,1 | 27,0 | 28,9 | 30,5 |

**Абсолютний приріст:**

Ланцюговий:  $\Delta'y_1 = y_1 - y_0 = 23,4 - 22,6 = 0,8;$

$$\Delta'y_2 = y_2 - y_1 = 25,1 - 23,4 = 1,7;$$

$$\Delta'y_3 = y_3 - y_2 = 27,0 - 25,1 = 1,9;$$

$$\Delta'y_4 = y_4 - y_3 = 28,9 - 27,0 = 1,9;$$

$$\Delta'y_5 = y_5 - y_4 = 30,5 - 28,9 = 1,6;$$

Базисний:  $\Delta y_1 = y_1 - y_0 = 23,4 - 22,6 = 0,8;$

$$\Delta y_2 = y_2 - y_0 = 25,1 - 22,6 = 2,5;$$

$$\Delta y_3 = y_3 - y_0 = 27,0 - 22,6 = 4,4;$$

$$\Delta y_4 = y_4 - y_0 = 28,9 - 22,6 = 6,3;$$

$$\Delta y_5 = y_5 - y_0 = 30,5 - 22,6 = 7,9;$$

Середній:  $\Delta \bar{y} = \frac{y_n - y_0}{n-1} = \frac{30,5 - 22,6}{6-1} = \frac{7,9}{5} = 1,58$

### **Темп росту:**

Ланцюговий:  $Tr'_1 = \frac{y_1}{y_0} \cdot 100 = \frac{23,4}{22,6} \cdot 100 = 103,2\%$

$$Tr'_2 = \frac{y_2}{y_1} \cdot 100 = \frac{25,1}{23,4} \cdot 100 = 107,3\%$$

$$Tr'_3 = \frac{y_3}{y_2} \cdot 100 = \frac{27,0}{25,1} \cdot 100 = 107,6\%$$

$$Tr'_4 = \frac{y_4}{y_3} \cdot 100 = \frac{28,9}{27,0} \cdot 100 = 107,0\%$$

$$Tr'_5 = \frac{y_5}{y_4} \cdot 100 = \frac{30,5}{28,9} \cdot 100 = 105,5\%$$

Базисні:  $Tr'_1 = \frac{y_1}{y_0} \cdot 100 = \frac{23,4}{22,6} \cdot 100 = 103,2\%$

$$Tr'_2 = \frac{y_2}{y_0} \cdot 100 = \frac{25,1}{22,6} \cdot 100 = 111,1\%$$

$$Tr'_3 = \frac{y_3}{y_0} \cdot 100 = \frac{27,0}{22,6} \cdot 100 = 119,5\%$$

$$Tr'_4 = \frac{y_4}{y_0} \cdot 100 = \frac{28,9}{22,6} \cdot 100 = 127,9\%$$

$$Tr'_5 = \frac{y_5}{y_0} \cdot 100 = \frac{30,5}{22,6} \cdot 100 = 134,9\%$$

За весь період:  $Tn = \frac{y_n}{y_0} \cdot 100 = \frac{30,5}{22,6} \cdot 100 = 134,9\%$

**Темп приросту:** в будь-якому випадку  $Tnp = Tr - 100$

Середній темп росту:  $Tr = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \cdot 100 = \sqrt[6-1]{\frac{30,5}{22,6}} \cdot 100 = 105,1\%$

(під коренем знаходиться темп росту за весь період)

Середній темп приросту:  $\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100 = 105,1 - 100 = 5,1\%$

**Абсолютний розмір 1% приросту:**

Ланцюговий:  $\Delta y_{1\%} = \frac{y_0}{100} = \frac{22,6}{100} = 0,226;$

$$\Delta y_{2\%} = \frac{y_1}{100} = \frac{23,4}{100} = 0,234;$$

$$\Delta y_{3\%} = \frac{y_2}{100} = \frac{25,1}{100} = 0,251;$$

$$\Delta y_{4\%} = \frac{y_3}{100} = \frac{27,0}{100} = 0,27;$$

$$\Delta y_{5\%} = \frac{y_4}{100} = \frac{28,9}{100} = 0,289;$$

Середній за весь період:

$$\bar{\Delta y}_{1\%} = \frac{\bar{\Delta y}}{\bar{T}_{np}} = \frac{1,58}{5,1} = 0,31;$$

Для обчислення коефіцієнта випередження (відставання) використаємо дані табл. 6.2.

Таблиця 6.2. Техніко-економічні показники діяльності підприємства.

| Показник                                   | Базисний період | Звітний період |
|--|-----------------|----------------|
| Товарна продукція, тис. грн.               | 2500            | 2570           |
| Собівартість товарної продукції, тис. грн. | 2400            | 2510           |

Необхідно визначити коефіцієнт випередження (відставання) темпу росту товарної продукції в порівнянні з темпом росту собівартості продукції:

$$K = \frac{y}{y_{i-1}} : \frac{x_i}{x_{i-1}} = \frac{2750}{2500} : \frac{2510}{2400} = 1,028 : 1,046 = 0,983$$

Отже, на 1% росту собівартості обсяг товарної продукції збільшився на 0,983%, тобто собівартість зростає швидше ніж обсяг продукції, що свідчить про незадовільні результати діяльності підприємства.

При аналізі динамічних рядів необхідно зважити на такі правила:

добуток послідовних ланцюгових темпів росту дорівнює базисному темпу за весь період. Дійсно, якщо є ланцюгові темпи росту за п'ятиріччя, то:

$$\frac{y_1}{y_0} \cdot \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \frac{y_4}{y_3} \cdot \frac{y_5}{y_4} = \frac{y_5}{y_0} \quad (6.4)$$

**Приклад:** Обсяг продукції збільшувався щорічно (по відношенню до попереднього року) за перші три роки п'ятиріччя на 7,5%, за четвертий рік на 9,0%, а за останній рік він знизився на 0,4%. Визначити темп приросту за весь період і середньорічний темп приросту.

Спочатку потрібно визначити темп росту за п'ятиріччя і середньорічний темп росту, а потім, віднявши від визначених показників 100, одержимо відповідні темпи приросту.

За формулою (6.4) можна визначити темп росту за весь період. Для цього спочатку потрібно на підставі темпів приросту визначити темп росту.

$$T_{np} = T_p - 100; \quad T_p = 100 + T_{np} \quad (6.5)$$

звідси:

$$Tp'_1 = 100 + 7,5 = 107,5\%;$$

$$Tp'_4 = 100 + 9,0 = 109,0\%$$

$$Tp'_2 = 100 + 7,5 = 107,5\%$$

$$Tp'_5 = 100 + (-0,4) = 99,6\%$$

$$Tp'_3 = 100 + 7,5 = 107,5\%$$

В формулі (6.4) доцільно для зручності використовувати не темпи росту, а коефіцієнти росту, які одержують шляхом ділення темпів росту на 100, тим більше, що для визнання середнього річного темпу росту використовується якраз коефіцієнт росту.

$$\text{Отже: } \frac{y_5}{y_0} = 1,075 \cdot 1,075 \cdot 1,075 \cdot 1,090 \cdot 0,996 = 1,349 \quad \text{або} \quad 134,9\%$$

звідси темп приросту за п'ятиріччя складає  $134,9 - 100 = 34,9\%$

Середній річний темп росту на підставі відносних змін визначається за формулою:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}} \cdot 100 = \sqrt[5]{1,349} \cdot 100 = 105,1\%.$$

де  $n$  - кількість наведених темпів росту (приросту)

Середній річний темп приросту становить:  $\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100 = 105,1 - 100 = 5,1\%$ ;

2) Частка від ділення базисного темпу росту за  $i$ -й період на базисний темп росту попереднього періоду  $i - 1$  дорівнює ланцюговому темпу росту відповідного періоду. Дійсно:

$$\frac{y_i \cdot y_{i-1}}{y_0 \cdot y_0} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \quad (6.6)$$

Для вивчення тенденції і закономірностей розвитку певного явища на підставі динамічних рядів використовується декілька методів, зокрема, укрупнення інтервалів, плинна середня, вирівнювання рядів динаміки.

### Типові завдання

#### Задача № 1.

Маємо дані про введення в дію загальної площі житлових будинків в країні за 2014-2018 роки.

### Дані про введення в дію загальної площі житлових будинків

| Рік              | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
|------------------|------|------|------|------|------|
| Площа, млн. кв.м | 17,4 | 14,5 | 14,1 | 12,3 | 10,1 |

Визначить вид ряду динаміки. На основі обчислених характеристик ряду динаміки зробіть висновки про тенденцію. Розрахуйте за період 2015-2019 р.р. середню введеної площі житлових будинків за рік, середньорічні темпи зростання (падіння) введеної площі.

#### **Задача № 2.**

Провести згладження ряду методом плинної та ступінчастої середньої.

#### Випуск продукції підприємством по місяцях

| Місяць   | Випуск продукції,<br>тис. грош. од. |
|----------|-------------------------------------|
| Січень   | 118                                 |
| Лютий    | 124                                 |
| Березень | 124                                 |
| Квітень  | 128                                 |
| Травень  | 127                                 |
| Червень  | 132                                 |
| Липень   | 136                                 |
| Серпень  | 131                                 |
| Вересень | 135                                 |
| Жовтень  | 141                                 |
| Листопад | 139                                 |
| Грудень  | 146                                 |

#### **Задача № 3.**

За даними задачі № 1 провести аналітичне вирівнювання ряду. Визначити прогнозне значення випуску продукції у першому кварталі наступного року.

#### **Задача № 4.**

За даними задачі № 1 розрахувати індекси сезонності.

### ***Тема 7. Індексний метод.***

***Мета: Закріплення знань поняття індексів, набуття практичних навичок з використання середньоарифметичного та середньогармонійного індексів.***

***Закріплення знань та набуття практичних навичок із застосування агрегатних індексів та проведення факторного аналізу, з використання індексів середніх величин.***

Суть статистичного індексу та його роль у статистичному аналізі. Методологічні основи побудови індексів. Індексовані величини та їх види. Види індексів. Індивідуальні індекси: методика розрахунку та економічний зміст. Агрегатний індекс як основна форма статистичного загального Агрегатні індекси якісного, кількісного та об'ємного показника. Ланцюгові та базисні

агрегатні індекси. Системи взаємозалежних індексів. Розкладання загального абсолютного приросту за факторами. Аналіз динаміки середнього рівня інтенсивного показника. Індекси змінного складу, постійного складу та структурних зрушень. Середньозважені індекси, методи їх розрахунку та умови використання. Факторний індексний аналіз.

### Питання для обговорення зі студентами

1. Надати визначення індексу.
2. Які існують одиниці виміру індексів?
3. Надати визначення індивідуальних індексів. Навести приклади.
4. Надати визначення зведених індексів. Навести приклади.
5. Навести приклад застосування середньоарифметичного індексу.
6. Навести приклад застосування середньогармонійного індексу.
7. Надати визначення агрегатних індексів. Навести приклади.
8. Як розраховується загальний агрегатний індекс товарообороту?
9. Який існує зв'язок між індексами товарообороту, фізичного обсягу та цін?
10. Інтерпретуйте значення індексу товарообороту 1,2; 0,98; 2,1.
11. В чому полягає сутність факторного аналізу?
12. Для чого розраховуються індекси середніх величин?
13. Що характеризують індекс змінного складу, фіксованого складу, індекс структурних зрушень?
14. Який існує зв'язок між індексами змінного складу, фіксованого складу та структурних зрушень?

### Методичні вказівки до теми

**Індекс** – це відносна величина, яка характеризує зміну економічних явищ в часі, в просторі, або в порівнянні з будь-яким еталоном (планом, нормою, кращими зразками тощо). Тому найбільш поширені індекси динаміки, виконання плану, територіальні індекси.

Слід розрізняти індивідуальні індекси (і) і зведені індекси (І). Останні діляться на загальні і групові (субіндекси).

Індивідуальний індекс характеризує зміну тільки одного елементу сукупності, наприклад, виробництво певного виду продукції, ціна на певний вид продукції тощо. Зведений індекс відображає зміну по всій сукупності елементів складного явища (загальний індекс), або зміну певної групи одиниць сукупності (груповий індекс).

По характеру явищ, що визначаються, *індекси поділяють на індекси кількісних показників і індекси якісних показників*. Перші – це показники фізичного обсягу (продукція, посівна площа, кількість працюючих, вартість основних фондів, матеріальні витрати, обсяг споживаної продукції тощо); до другої групи відносяться показники, які розраховані на будь-яку одиницю (ціна, собівартість, трудомісткість, урожайність, продуктивність праці, середня заробітна плата, матеріаломісткість тощо).

Загальні та групові індекси в залежності від методології обчислення поділяються на агрегатні (підсумкові) і середні з індивідуальних індексів.

Агрегатні є основною формою економічних індексів, а середні з індивідуальних – похідні, які одержують в результаті перетворення агрегатних індексів.

Щоб визначити індивідуальний індекс, досить поділити значення однорідного показника за звітний період на значення цього показника за базисний період (або на план).

Частіше всього приходиться оцінювати зміну явища, що складається з різнорідних елементів сукупності, які не можна підсумовувати, наприклад, різні за споживчою вартістю види продукції в натуральному виразі, ціни, собівартість і трудомісткість окремих видів продукції, продуктивність праці, урожайність окремих культур, середню заробітну плату тощо.

Тому для побудови загальних індексів, які характеризують зміну різнорідних елементів, використовуються показники - сумірники. Так, для зведення різних видів продукції показниками-сумірниками є ціна, собівартість, трудомісткість; якщо ж потрібно визначити зміну ціни, собівартості, трудомісткості, то в якості показників – сумірників використовується обсяг продукції у натуральному вимірі.

***Показник, зміну якого характеризує індекс, називається індексовним.***

Перемножуючи індексовний показник на показник – сумірник, який ще можна назвати ознакою – вагою, сумірником, зводимо різні явища до їх спільності, чим забезпечується їх кількісна порівнянність. Кожний добуток індексовної величини на показник – сумірник повинен мати певний економічний зміст, відображати складний показник.

Так, добуток ціни на кількість виробленої (проданої) продукції в натуральному вимірі відображає вартість виробленої (проданої) продукції; добуток собівартості одиниці продукції на фізичний обсяг цієї продукції відображає загальні витрати на виробництво продукції; добуток урожайності з 1 га на посівну плату під певну культуру відображає валовий збір певної сільськогосподарської культури.

Слід вивчити і засвоїти таке правило побудови агрегатного індексу:

***Агрегатний індекс – це дріб, в чисельнику якого, за рідким винятком, сума добутків індексовного показника за звітний період на показник – сумірник, а в знаменнику сума добутків індексовного показника за базисний період (або план) на цей же показник – сумірник, причому показник – сумірник приймається за базисний період, якщо індексовна величина кількісна, і за звітний період, якщо індексовна величина якісна.***

Якщо потрібно визначити індекс планового завдання, то замість значення показника за звітний період використовується значення показника за планом.

Використовуються такі позначення:

g – обсяг (кількість) виробленої (або проданої) продукції певного виду у натуральному вираженні;

p – ціна одиниці продукції;

z – собівартість одиниці продукції;

t – трудомісткість, або затрати робочого часу на виробництво одиниці певної продукції;

w – продуктивність праці;

y – урожайність певної культури з 1 га;

п – розмір посівної площі під певну культуру;

“0” – порядковий знак показника базисного періоду;

“1” – порядковий знак показника поточного (звітнього) періоду;

“пл” – позначення показника базисного періоду.

Ґрунтуючись на змісті і правилах побудови, а також на умовних позначеннях, в табл. 7.1 і табл.7.2 наведені відповідно індивідуальні і агрегатні (зведені) індекси окремих показників.

Таблиця 7.1- Індивідуальні індекси та формули для їх визначення.

| № п.п. | Назва індексів   | Розрахункова формула    |
|--------|--|-------------------------|
| 1      | Фізичного обсягу проданої (або виготовленої) продукції | $i_g = \frac{g_1}{g_0}$ |
| 2      | Ціни   | $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ |
| 3      | Собівартості одиниці продукції                         | $i_z = \frac{z_1}{z_0}$ |
| 4      | Трудомісткості окремого виду продукції                 | $i_t = \frac{t_1}{t_0}$ |
| 5      | Урожайності певної культури                            | $i_y = \frac{y_1}{y_0}$ |

Таблиця 7.2 - Агрегатні індекси та формули для їх обчислення.

| № з/п | Назва індексів   | Розрахункова формула   |
|-------|--|--|
| 1     | Фізичного обсягу проданої (або виготовленої) продукції | $I_g = \frac{\sum g_1 p_0}{\sum g_0 p_0}$<br>$I_g = \frac{\sum g_1 z_0}{\sum g_0 z_0}$ |
| 2     | Ціни   | $I_p = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum g_1 p_0}$  |
| 3     | Собівартості   | $I_z = \frac{\sum g_1 z_1}{\sum g_1 z_0}$  |
| 4     | Урожайності певної культури                            | $I_y = \frac{\sum \Pi_1 y_1}{\sum \Pi_1 y_0}$  |

Аналогічно можна побудувати індивідуальні і агрегатні індекси для інших показників. Індекси можуть бути виражені у вигляді коефіцієнтів, або у вигляді процентів.

**Слід запам'ятати таке важливе правило:** якщо складні (результативні) показники є добутком двох або більше показників – факторів, то індекси таких складних показників повинні бути в тій же залежності, що і самі показники,

зміну яких вони відображають. Так, товарообіг (або обсяг виробленої продукції у вартісному вимірі) є добутком обсягу продукції у натуральному вимірі на ціну, тому індекс товарообігу повинен дорівнювати добутку індексів фізичного обсягу і цін, тобто:

$$i_{gp} = i_g i_p, \text{ звідси } i_{pg} = \frac{g_1}{g_0} \cdot \frac{p_1}{p_0} = \frac{g_1 p_1}{g_0 p_0} \quad (7.1)$$

$$I_{gp} = I_g I_p, \text{ звідси } I_{gp} = \frac{\sum g_1 p_0}{\sum g_0 p_0} \cdot \frac{\sum g_1 p_1}{\sum g_1 p_0} = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum g_0 p_0} \quad (7.2)$$

Аналогічно і для інших показників:

- витрати на виробництво:

$$i_{gz} = i_g i_z; \quad i_{gz} = \frac{g_1}{g_0} \cdot \frac{z_1}{z_0} = \frac{g_1 z_1}{g_0 z_0} \quad (7.3)$$

$$I_{gz} = I_g I_z; \quad I_{gz} = \frac{\sum g_1 z_0}{\sum g_0 z_0} \cdot \frac{\sum g_1 z_1}{\sum g_1 z_0} = \frac{\sum g_1 z_1}{\sum g_0 z_0} \quad (7.4)$$

- валового збору:

$$i_{ny} = i_n i_y; \quad i_{ny} = \frac{n_1}{n_0} \cdot \frac{y_1}{y_0} = \frac{n_1 y_1}{n_0 y_0} \quad (7.5)$$

$$I_{ny} = I_n I_y; \quad I_{ny} = \frac{\sum \Pi_1 y_0}{\sum \Pi_0 y_0} \cdot \frac{\sum \Pi_1 y_1}{\sum \Pi_1 y_0} = \frac{\sum \Pi_1 y_1}{\sum \Pi_0 y_0}$$

Аналізуючи наведені формули, можна зробити висновок – індекс добутку дорівнює добутку індексів.

На підставі даних табл. 7.3 розрахуємо індивідуальні і агрегатні (загальні) індекси, скориставшись формулами, які наведені в табл.8.1 і табл.8.2, а також формулами 7.1 і 7.2

Таблиця 7.3 - Обсяг проданої продукції і ціни на продукцію.

| Вироби | Ціна за одиницю продукції, грн. |                | Продано товарів, шт. |                |
|--------|---------------------------------|----------------|----------------------|----------------|
|        | Базисний період                 | Звітний період | Базисний Період      | Звітний період |
| А      | 0,30                            | 0,25           | 1540                 | 1760           |
| Б      | 1,30                            | 1,20           | 460                  | 520            |

Визначити: а) індивідуальні індекси фізичного обсягу, цін і товарообігу;

б) загальні індекси фізичного обсягу, цін і товарообігу

в) перевірити взаємозв'язок індексів.

Індивідуальні індекси фізичного обсягу:

$$i_g = \frac{g_1}{g_0}; \quad i_{g_A} = \frac{1760}{1540} = 1.143; \quad i_{g_B} = \frac{520}{460} = 1.130$$

Індивідуальні індекси цін:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}; \quad i_{p_A} = \frac{0.25}{0.30} = 0.833; \quad i_{p_B} = \frac{1.20}{1.30} = 0.923$$

Індивідуальні індекси товарообігу:

$$i_{gp} = \frac{g_1 p_1}{\sum g_0 p_0}; \quad i_{gp_A} = \frac{1760 \cdot 0.25}{1540 \cdot 0.30} = 0.952; \quad i_{gp_B} = \frac{520 \cdot 1.20}{460 \cdot 1.30} = 1.043$$

Перевіримо взаємозв'язок індексів:

$$i_{gp} = i_{gip} \quad i_{gp_A} = 1.143 \cdot 0.833 = 0.952;$$

$$i_{gp_B} = 1.130 \cdot 0.923 = 1.043$$

Отже, як показує перевірка, всі розрахунки виконані вірно.

Агрегатні (зведені) індекси:

- фізичного обсягу:

$$I_g = \frac{\sum g_1 p_0}{\sum g_0 p_0} = \frac{1760 \cdot 0.30 + 520 \cdot 1.30}{1540 \cdot 0.30 + 460 \cdot 1.30} = \frac{1204}{1060} = 1.136$$

- ціни:  $I_p = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum g_1 p_0} = \frac{1760 \cdot 0.25 + 520 \cdot 1.20}{1760 \cdot 0.30 + 520 \cdot 1.30} = \frac{1064}{1204} = 0.884$

- товарообігу:  $I_{gp} = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum g_0 p_0} = \frac{1760 \cdot 0.25 + 520 \cdot 1.20}{1540 \cdot 0.30 + 460 \cdot 1.30} = \frac{1064}{1060} = 1.004$

Перевіримо взаємозв'язок індексів:

$$I_{gp} = I_g I_p = 1.136 \cdot 0.884 = 1.004,$$

тобто всі розрахунки виконані вірно.

В тих випадках, коли відсутні конкретні значення фізичного обсягу або цін (собівартості, трудомісткості тощо) на окремі види продукції за базисний і звітний періоди, а є тільки відносні величини, які показують зміну зазначених показників у звітному періоді в порівнянні з базисним (або планом), тобто індивідуальні індекси, то загальні індекси визначаються як середні із індивідуальних ознак. Такі індекси мають назву середніх індексів.

Перетворення агрегатного індексу в середній з індивідуальних індексів проводиться наступним чином: в чисельнику або в знаменнику агрегатного індексу індексовий показник замінюється його виразом через відповідний індивідуальний індекс. Якщо таку заміну зробити в чисельнику, то агрегатний індекс перетвориться в середньоарифметичний зважений, якщо ж у знаменнику, то в середньогармонійний зважений.

Як правило, середньоарифметичний зважений індекс використовують за умови, коли індексовна величина кількісна, середньогармонійний зважений індекс – коли індексовна величина якісна.

Наприклад, агрегатний індекс фізичного обсягу перетворюється у середній так:

$$I_g = \frac{\sum g_1 p_0}{\sum g_0 p_0}; \text{ так як } i_g = \frac{g_1}{g_0}, \text{ то } g_1 = i_g g_0$$

$$\text{звідси } I_g = \frac{\sum g_1 p_0}{\sum g_0 p_0} = \frac{\sum i_g g_0 p_0}{\sum g_0 p_0} \quad (7.8)$$

Аналогічно і для індексу ціни:

$$I_p = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum g_1 p_0}; i_p = \frac{p_1}{p_0} \text{ і звідси } p_0 = \frac{p_1}{i_p} \text{ і } I_p = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum \frac{g_1 p_1}{i_p}} \quad (7.9)$$

собівартості продукції:

$$I_z = \frac{\sum g_1 z_1}{\sum g_1 z_0}; i_z = \frac{z_1}{z_0}, z_0 = \frac{z_1}{i_z} \text{ і } I_z = \frac{\sum g_1 z_1}{\sum \frac{g_1 z_1}{i_z}} \quad (7.10)$$

На підставі даних табл. 7.4 і 7.5 і формул 7.8 і 7.9 розглянемо приклад обчислення середніх індексів.

Таблиця 7.4 – Обсяг реалізації та зміна фізичного обсягу

| Вироби | Обсяг реалізації у базовому періоді, млн. грн. | Зміна фізичного обсягу у звітному періоді в порівнянні з базисним, % |
|--------|--|--|
| А      | 48   | +2,0   |
| Б      | 81   | -6,0   |

Визначити індивідуальні і загальні індекси фізичного обсягу.

Для того, щоб на підставі зміни (в %) показника у звітному періоді в порівнянні з базисним визначити індивідуальний індекс, необхідно до 100 додати зміну, якщо має місце збільшення (+), від 100 відняти зміну, якщо має місце зниження (-).

Отже:  $i_{g_A} = 100 + 2,0 = 102,0$ , або в коефіцієнтах 1,02;

$i_{g_B} = 100 - 6,0 = 94,0$ , або в коефіцієнтах 0,94.

загальний індекс фізичного обсягу дорівнює:

$$i_g = \frac{\sum g_1 p_0}{\sum g_0 p_0} = \frac{\sum i_g g_0 p_0}{\sum g_0 p_0} = \frac{48 \cdot 1,02 + 81 \cdot 0,94}{48 + 81} = \frac{125,1}{129} = 0,969 \text{ або } 96,9\%$$

Таблиця 7.5 -Товарообіг і зниження цін.

| Товар | Товарообіг у звітному періоді, тис. грн. | Зниження цін у звітному періоді в порівнянні з базисним, % |
|-------|--|--|
| А     | 5,6                                      | -37,2  |
| Б     | 5,1                                      | -37,7  |
| В     | 11,0                                     | -32,6  |

Визначити: а) індивідуальні індекси цін;  
б) загальний індекс цін.

Індивідуальні індекси цін становлять:

$$i_{p_A} = 100 - 37,2 = 62,8 \quad \text{або } 0,628$$

$$i_{p_B} = 100 - 37,7 = 62,3 \quad \text{або } 0,623$$

$$i_{p_B} = 100 - 32,6 = 67,4 \quad \text{або } 0,674$$

Загальний індекс цін дорівнює:

$$I_p = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum g_1 p_0} \quad i_p = \frac{p_1}{p_0} \quad \text{звідси} \quad p_0 = \frac{p_1}{i_p}$$

$$I_p = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum \frac{g_1 p_1}{i_p}} = \frac{5,6 + 5,1 + 11,0}{\frac{5,6}{0,628} + \frac{5,1}{0,623} + \frac{11,0}{0,674}} = \frac{21,7}{33,4} = 0,650 \quad \text{або } 65,0\%$$

В економічних дослідженнях нерідко доводиться вивчати і порівнювати різні середні величини, як, наприклад, середню ціну, середню собівартість, середню урожайність, середній виробіток на одного працюючого, середню фондівдачу, середню матеріалоемність, середню заробітну плату тощо. Відношення середніх рівнів певного показника (наприклад, собівартості продукції) за звітний період до базисного періоду є індекс змінного складу, який обчислюється за формулою:

$$I_z^{zc} = \frac{\sum g_1 z_1}{\sum g_1} : \frac{\sum g_0 z_0}{\sum g_0} = \bar{z}_1 : \bar{z}_0 \quad (7.11)$$

Зміна цього індексу залежить від двох факторів: зміни як самого усередненого показника (у нашому прикладі зміни собівартості певної продукції на окремих підприємствах), так і від зміни співвідношення частот (частки обсягу продукції кожного підприємства у загальному обсязі виробництва), тобто структурних зрушень.

Зміна усередненого показника (по суті показника, середній рівень якого досліджується) характеризує індекс фіксованого складу, який описується за формулою:

$$I_z^{fc} = \frac{\sum g_1 z_1}{\sum g_1} : \frac{\sum g_1 z_0}{\sum g_1} \quad (7.12)$$

Зміна співвідношення частот описується за допомогою індексу структурних зрушень, який обчислюється за формулою:

$$I_z^{cz} = \frac{\sum g_1 z_0}{\sum g_1} \cdot \frac{\sum g_0 z_0}{\sum g_0} \quad (7.13)$$

Між наведеними індексами існує такий взаємозв'язок:

$$I^{zc} = I^{fc} \cdot I^{cz} \quad (7.14)$$

На підставі даних табл.7.6 розглянемо приклад обчислення зазначених індексів.

Таблиця 7.6 - Видобуток вугілля та його собівартість.

| Шахта | Видобуток вугілля, млн. т. |                | Собівартість 1 т., грн.. |                |
|-------|----------------------------|----------------|--------------------------|----------------|
|       | Базисний період            | Звітний період | Базисний період          | Звітний період |
| А     | 86                         | 127            | 9,0                      | 8,8            |
| Б     | 131                        | 98             | 12,1                     | 12,3           |

Визначити індекси змінного і фіксованого складу і структурних зрушень. Перевірити взаємозв'язок індексів.

$$I_z^{zc} = \frac{\sum g_1 z_1}{\sum g_1} \cdot \frac{\sum g_0 z_0}{\sum g_0} = \frac{127 \cdot 8,8 + 98 \cdot 12,3}{127 + 98} \cdot \frac{86 \cdot 9,0 + 131 \cdot 12,1}{86 + 131} =$$

$$= \frac{2323}{225} \cdot \frac{2359,1}{217} = 10,3 : 10,9 = 0,945$$

$$I_z^{fc} = \frac{\sum g_1 z_1}{\sum g_1} \cdot \frac{\sum g_1 z_0}{\sum g_1} = \frac{127 \cdot 8,8 + 98 \cdot 12,3}{127 + 98} \cdot \frac{127 \cdot 9,0 + 98 \cdot 12,1}{127 + 98} =$$

$$= \frac{2323}{225} \cdot \frac{2328,8}{225} = 10,3 : 10,4 = 0,990 \text{ або } 99,0\%$$

$$I_z^{cz} = \frac{\sum g_1 z_0}{\sum g_1} \cdot \frac{\sum g_0 z_0}{\sum g_0} = \frac{127 \cdot 9,0 + 98 \cdot 12,1}{127 + 98} \cdot \frac{86 \cdot 9,0 + 131 \cdot 12,1}{86 + 131} =$$

$$= \frac{2328,8}{225} \cdot \frac{2359,1}{217} = 10,4 : 10,9 = 0,954 \text{ або } 95,4\%$$

$$I_z^{zc} = I_z^{fc} \cdot I_z^{cz} = 0,990 \cdot 0,954 = 0,945$$

Отже, розрахунки зроблені вірно.

В економічних дослідженнях велике практичне значення має оцінка впливу окремих факторів на рівень результативного показника, тобто проведення факторного аналізу.

Для оцінки впливу окремих факторів на рівень результативного показника широко використовується індексний метод факторного аналізу, який застосовується тільки в тих випадках, коли між результативним і факторними показниками є функціональний зв'язок.

Існує декілька методів проведення факторного індексного аналізу. Вибір певного методу залежить, в першу чергу, від наявної інформації і виду функціональної залежності.

Розглянемо дві основні форми зв'язку:

- результативний показник є сума добуток показників факторів, тобто коли є декілька видів кількісної ознаки (така форма зображена в агрегатних індексах);

- результативний показник є добуток двох або більше однорідних показників-факторів ( $y=abcd$ ).

Взаємозв'язок між результативним показником і показниками-факторами утворює факторну систему.

Якщо факторна система подана у вигляді агрегатного індексу, то для оцінки впливу показників-факторів на результативний показник слід використовувати такі правила:

1) індекси зв'язані між собою в тому ж відношенні, що і показники, зміну яких вони відображають;

2) індекс результативного (складного) показника дорівнює добутку індексів показників-факторів;

3) різниця між чисельником і знаменником індексу показує абсолютну зміну показника у звітному періоду в порівнянні з базисним (планом);

4) зміна результативного (узагальнюючого, складного) показника дорівнює сумі змін показників-факторів.

На підставі даних табл.8.3 і визначених на їх основі агрегатних індексів проведемо факторний аналіз, використавши вище зазначені правила.

Згідно з правилом (2):  $I_{gp} = I_g I_p$

Згідно з правилом (3):

$\Delta g = \sum g_1 P_0 - \sum g_0 P_0 = 1204 - 1060 = 144 \text{ грн.}$ , тобто за рахунок зміни фізичного обсягу вартість проданої продукції збільшилась на 144 грн.

$\Delta p = \sum g_1 P_1 - \sum g_1 P_0 = 1064 - 1204 = -140 \text{ грн.}$ , тобто за рахунок зміни цін вартість проданої продукції знизилась на 140 грн.

$$\Delta gp = \sum g_1 P_1 - \sum g_0 P_0 = 1064 - 1060 = 4 \text{ грн.}$$

Згідно з правилом (4):  $\Delta gp = \Delta g + \Delta p = 144 + (-140) = 4 \text{ грн.}$

Дійсно:

$$\Delta gp = (\sum g_1 P_0 - \sum g_0 P_0) + (\sum g_1 P_1 - \sum g_1 P_0) = \sum g_1 P_1 - \sum g_0 P_0$$

На підставі даних табл.8.6 і проведених на їх основі обчислень, розрахуємо зміну середньої собівартості ( $\Delta Z_{sc}$ ) під впливом змін собівартості на окремих шахтах ( $\Delta Z_{fc}$ ) і структурних зрушень ( $\Delta Z_{cs}$ ).

Згідно з правилом (3):

$$\Delta Z_{sc} = \bar{Z}_1 - \bar{Z}_0 = \left( \frac{\sum g_1 Z_1}{\sum g_1} - \frac{\sum g_0 Z_0}{\sum g_0} \right) = 10,3 - 10,9 = -0,6 \text{ грн.}$$

$$\Delta Z_{\text{фс}} = \left( \frac{\sum g_1 z_1}{\sum g_1} - \frac{\sum g_1 z_0}{\sum g_1} \right) = 10,3 - 10,4 = -0,1 \text{ грн.}$$

$$\Delta Z_{\text{сз}} = \left( \frac{\sum g_1 z_0}{\sum g_1} - \frac{\sum g_0 z_0}{\sum g_0} \right) = 10,4 - 10,9 = -0,5 \text{ грн.}$$

$$\Delta Z_{\text{зс}} = \Delta Z_{\text{фс}} + \Delta Z_{\text{сз}} = (-0,1) + (-0,5) = -0,6 \text{ грн.}$$

Таким чином, середня собівартість знизилась у звітному періоді в порівнянні з базисним на 0,6грн., причому це зниження досягнуто за рахунок зміни собівартості на окремих шахтах на – 0,1грн. і структурних зрушень або збільшення питомої ваги видобутку вугілля на шахті А на – 0,5грн.

Якщо факторна система виражається залежністю  $y = abcd$ , то факторний аналіз проводиться за такими методами:

- метод різниць, якщо відомі абсолютні значення всіх показників, що входять в факторну систему за базисний і звітний період;
- метод відносних величин, якщо абсолютні значення факторів невідомі, а тільки їх відносні зміни (індивідуальні індекси).

В таблиці 7.7 наведена методика проведення факторного аналізу за вищезазначеними методами для факторної системи  $y=abcd$ .

Таблиця 7.7- Методика проведення факторного аналізу.

| Фактор | Оцінка впливу окремих факторів         |  |
|--------|--|--|
|        | Метод різниць                          | Метод відносних величин                  |
| a      | $\Delta Y_a = (a_1 - a_0) b_0 c_0 d_0$ | $\Delta Y_a = (i_a - 1) Y_0$             |
| b      | $\Delta Y_b = a_1 (b_1 - b_0) c_0 d_0$ | $\Delta Y_b = i_a (i_b - 1) Y_0$         |
| c      | $\Delta Y_c = a_1 b_1 (c_1 - c_0) d_0$ | $\Delta Y_c = i_a i_b (i_c - 1) Y_0$     |
| d      | $\Delta Y_d = a_1 b_1 c_1 (d_1 - d_0)$ | $\Delta Y_d = i_a i_b i_c (i_d - 1) Y_0$ |

$$\Delta Y = a_1 b_1 c_1 d_1 - a_0 b_0 c_0 d_0 = Y_1 - Y_0$$

$$\Delta Y = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c + \Delta Y_d$$

Слід запам'ятати, що в першу чергу оцінюються фактори кількісної ознаки, а потім – якісної ознаки.

Якщо факторна система складається з декількох кількісних або декількох якісних ознак, то послідовність їх запису в систему і проведення оцінки впливу кожного фактору визначається логічно на основі теоретичного обґрунтування послідовності розвитку процесу.

У випадку, коли факторна система включає тільки два фактори:  $Y=ав$ , факторний аналіз за допомогою методу різниць значно спрощується:

обчислюється послідовно різниця між значенням кожного з факторів за звітний і базисний періоди і одержане число перемножується на інший фактор

– співмножник, причому останній береться за базисний період, якщо фактор, що досліджується є кількісним, і за звітний період, якщо він якісний, тобто:

$$Y = av$$

$$\Delta Y_a = (a_1 - a_0) v_0$$

$$\Delta Y_v = (v_1 - v_0) a_1$$

$$\Delta Y = Y_1 - Y_0 = \Delta Y_a + \Delta Y_v$$

Розглянемо на прикладах використання методу різниць і відносних величин для двох факторних систем.

**Приклад 1.** На підставі даних табл. 7.8 провести факторний аналіз за методом різниць.

Таблиця 7.8 - Посівна площа і урожайність пшениці.

| Показник                  | Умовне позначення | Базисний період | Звітний період |
|---------------------------|-------------------|-----------------|----------------|
| Посівна площа, га         | n                 | 750             | 800            |
| Урожайність пшениці, ц/га | y                 | 35              | 40             |

Визначити, на скільки змінився валовий збір пшениці ( $\Delta Q$ ) у звітному році в порівнянні з базисним – в цілому, в тому числі за рахунок зміни: а) посівної площі; б) урожайності.

$$Q = ny$$

$$Q_0 = n_0 y_0 = 750 * 35 = 26250 \text{ ц.}; \quad Q_1 = n_1 * y_1 = 800 * 40 = 32000 \text{ ц.}$$

$$\Delta Q = 32000 - 26250 = 5750 \text{ ц.}$$

$$\Delta Q_n = (n_1 - n_0) y_0 = (800 - 750) * 35 = 1750 \text{ ц.}$$

$$\Delta Q_y = (y_1 - y_0) n_1 = (40 - 35) * 800 = 4000 \text{ ц.}$$

$$\Delta Q = \Delta Q_n + \Delta Q_y = 1750 + 4000 = 5750 \text{ ц.}$$

**Приклад 2.** Продукція підприємства у базисному періоді складала 120 тис.грн. У звітному періоді в порівнянні з базисним продуктивність праці виросла на 5,0%, а чисельність працюючих – на 2,0%. Визначити приріст продукції підприємства у звітному періоді з порівнянні з базисним – в цілому, в тому числі за рахунок зміни: а) кількості працюючих; б) продуктивності праці.

Позначимо: Q – обсяг продукції, W – продуктивність праці; N – кількість працюючих.

За умовою задачі є такі дані:

$$Q_0 = 120000 \text{ грн.}$$

$$I_w = 100 + 5,0 = 105,0 \text{ або } 1,05$$

$$I_n = 100 + 2,0 = 102,0 \text{ або } 1,02$$

Обсяг продукції (Q) дорівнює добутку чисельності працюючих (N) і продуктивності праці (W), тобто

$$Q = NW, \text{ бо } W = \frac{Q}{N}$$

$$\text{Згідно з правилом (1), } IQ = IN * IW = 1.02 * 1.05 = 1.071$$

Так, як  $I_Q = \frac{Q_1}{Q_0}$ , то  $Q_1 = I_Q \cdot Q_0 = 1.071 \cdot 120000 = 128520$  грн.

$$\Delta Q = Q_1 - Q_0 = 128520 - 120000 = 8520 \text{ грн.}$$

Вплив зміни окремих факторів на зміну обсягу продукції оцінюється так:

$$\Delta Q_N = (I_N - 1)Q_0 = (1.02 - 1) \cdot 120000 = 6120 \text{ грн.}$$

$$\Delta Q_W = I_N(I_W - 1)Q_0 = 1.02(1.05 - 1) \cdot 120000 = 6120 \text{ грн.}$$

$$\Delta Q = Q_1 - Q_0 = \Delta Q_N + \Delta Q_W = 2400 + 6120 = 8520 \text{ грн.}$$

### Типові завдання

#### Задача № 1.

В таблиці наведені дані про кількість реалізованої продукції на міському ринку області за два періоди (у тонах).

Кількість реалізації продукції на ринках в області

| Товарні групи | Обсяг реалізації |                |
|---------------|------------------|----------------|
|               | Базисний період  | Звітний період |
| м'ясо         | 46               | 48             |
| молоко        | 50               | 56             |
| овочі         | 62               | 82             |

Ціни на продукти за 1 кг у базисному та звітному періодах відповідно склали:

м'ясо – 3,5 грн., та 4 грн.,

молоко – 1,0 грн. та 1,2 грн.,

овочі – 1,5 грн. та 1,8 грн.

Визначити індивідуальні індекси та індекси фізичного обсягу реалізації.

#### Задача № 2.

Маємо дані про рівень споживання продуктів харчування на душу населення:

| Товарні групи  | Обсяг споживання у поточних цінах, грош. од. |                       | індекси цін ір |
|----------------|--|-----------------------|----------------|
|                | 1 квартал<br>$p_0q_0$                        | 2 квартал<br>$p_1q_1$ |                |
| М'ясопродукти  | 320000                                       | 315000                | 0,90           |
| Молокопродукти | 28000  | 26530                 | 0,95           |
| Хлібопродукти  | 32000  | 32817                 | 0,98           |
| Разом          | 380000                                       | 374527                | X              |

Обчислити індекс рівня споживання продуктів харчування на душу населення, якщо відомо, що чисельність населення зросла на 4%.

#### Задача № 3.

Дані про реалізацію бензину в регіоні за базисний та поточний періоди представлені в таблиці.

**Дані про реалізацію бензину в регіоні**

| Марка бензину | Ціна 1 л бензину, ум.гр.од. |                 | Обсяг реалізацій бензину, тис. л |                 |
|---------------|-----------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
|               | Базисний період             | Поточний період | Базисний період                  | Поточний період |
| А-80          | 0,46                        | 0,48            | 150                              | 95              |
| А-92          | 0,55                        | 0,58            | 120                              | 110             |
| А-96          | 0,6                         | 0,66            | 70                               | 125             |

Визначити зведені індекси товарообороту, цін та фізичного обсягу реалізованого бензину. Розрахувати абсолютний розмір зміни товарообороту взагалі та за рахунок окремих факторів – зміни ціни та фізичного обсягу реалізації. Результати проаналізувати.

**Задача № 4.**

Підприємство виробляє дві категорії однієї продукції А і Б. Дані про виробництво окремих категорій продукції представлені в таблиці.

**Дані про виробництво окремих категорій продукції**

| Категорія продукції | Собівартість 1 одиниці продукції, тис.грн. |                 | Обсяг виготовленої продукції, тис.од. |                 |
|---------------------|--|-----------------|---------------------------------------|-----------------|
|                     | Базисний період                            | Поточний період | Базисний період                       | Поточний період |
| А                   | 1,3  | 1,4             | 152                                   | 184             |
| Б                   | 1,2  | 1,2             | 144                                   | 132             |

Визначити зведені індекси собівартості та кількості виготовленої продукції, загальних витрат на виробництво. Розрахувати абсолютний розмір перевитрат (економії) взагалі та за рахунок окремих факторів – зміни собівартості та обсягу виготовленої продукції. Результати проаналізувати.

**Задача № 5.**

В таблиці подано дані про страхування легкових автомобілів:

| Автомобіль  | Страховий тариф, % |                 | Страхова сума, тис. грн. |                 |
|-------------|--------------------|-----------------|--------------------------|-----------------|
|             | Базисний період    | Поточний період | Базисний період          | Поточний період |
| Вітчизняний | 2,5                | 3,0             | 520                      | 750             |
| Зарубіжний  | 5,0                | 6,0             | 380                      | 850             |
| Разом       | X                  | X               | ?                        | ?               |

Розрахувати індекси середніх величин: індекс змінного складу, фіксованого складу, індекс структурних зрушень. Показати взаємозв'язок співзалежних індексів.

## Тема 8. Вибірковий метод

**Мета: Закріплення знань та набуття практичних навичок з проведення вибіркового спостереження та визначення помилки вибірки. Закріплення знань та набуття практичних навичок з визначення необхідної чисельності вибірки, закріплення знань з особливостей малої вибірки.**

Суть вибіркового спостереження. Перевага вибіркового методу порівняно з іншими методами статистичного спостереження. Теоретичні основи вибірки. Показники генеральної та вибіркової сукупності. Репрезентативність вибірки. Помилки вибірки. Різновиди вибірки. Способи добору. Визначення меж довірчих інтервалів генеральної середньої та генеральної частки та необхідної чисельності вибірки. Види та способи формування вибіркової сукупності. Помилки вибіркового спостереження та методи їх розрахунку.

### Питання для обговорення зі студентами

1. Чим визначається гранична помилка вибірки?
2. Що являє собою механічний спосіб відбору? Наведіть приклад.
3. Які існують схеми відбору, умови їх застосування?
4. В чому полягають особливості типового відбору? Наведіть приклад.
5. Як перевірити репрезентативність вибіркової сукупності?
6. Як зміниться величина випадкової помилки, якщо обсяг вибірки збільшити на 21%?
7. Чи зміниться середня помилка вибірки, якщо замість повторного відбору провести безповторний відбір?
8. Для чого при проведенні вибіркового спостереження визначається необхідний обсяг вибірки?
9. В чому полягає особливість застосування малої вибірки?
10. Яким правилом користуються при визначенні граничної помилки малої вибірки?

### Методичні вказівки.

Вибіркові спостереження дозволяють відібрати в генеральній сукупності певну кількість одиниць, провести дослідження і розповсюдити висновки, що одержані на основі обробки даних вибіркових спостережень, на генеральну сукупність з досить високою точністю.

При вибіркового спостереженні використовують дві категорії узагальнюючих показників: середня величина (вибіркова -  $\bar{x}$  і генеральна -  $\bar{X}$ ) і частка (вибіркова -  $\tilde{p}$  і генеральна -  $\bar{p}$ ). Частка визначається як співвідношення числа одиниць сукупності, яким притаманні ознаки, що нас цікавлять, до загальної кількості одиниць сукупності.

В теорії вибіркового методу розглядаються дві схеми відбору:

повторний відбір, при якому кожна відібрана одиниця повертається в сукупність і може знову нарівні з іншими одиницями сукупності потрапити в нову вибірку;

безповторний відбір, коли відібрана одиниця сукупності після обстеження не повертається в сукупність.

При вивченні вибіркового методу слід звернути увагу на способи формування вибірових сукупностей і, перш за все, на механічний відбір, багатоступеневу, багатофазну, серійну і малу вибірки.

Основні показники, які використовуються для оцінки вибіркової сукупності і котрі характеризують межі, в яких знаходяться середня і частка в генеральній сукупності та формули для їх обчислення, наведені в табл. 7.1

Таблиця 8.1 - Показники вибіркової сукупності.

| Показник                           | Формули  |   |
|------------------------------------|--|---|
|                                    | Повторна вибірка   | Безповторна вибірка   |
| <b>1 Середня помилка</b>           |  |   |
| 1.1 Середньої                      | $M\tilde{x} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$                                       | $M\tilde{x} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$                                       |
| 1.2 Частки                         | $M\tilde{p} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$   | $M\tilde{p} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$   |
| 1.3 Середня для серійної вибірки   | $M\tilde{x} = \sqrt{\frac{\delta^2}{s}}$                                       | $M\tilde{x} = \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$                                       |
| 1.4 Частки для серійної вибірки    | $M\tilde{p} = \sqrt{\frac{\delta_p^2}{s}}$                                     | $M\tilde{p} = \sqrt{\frac{\delta_p^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$                                     |
| <b>2 Середня гранична помилка</b>  |  |   |
| 2.1 Середньої                      | $\Delta\tilde{x} = tM\tilde{x} = t^* \left(\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right)$   | $\Delta\tilde{x} = tM\tilde{x} = t^* \left(\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}\right)$   |
| 2.2 Частки                         | $\Delta\tilde{p} = tM\tilde{p} = t^* \left(\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$     | $\Delta\tilde{p} = tM\tilde{p} = t^* \left(\sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}\right)$     |
| 2.3 Середньої для серійної вибірки | $\Delta\tilde{x} = tM\tilde{x} = t^* \left(\sqrt{\frac{\delta^2}{s}}\right)$   | $\Delta\tilde{x} = tM\tilde{x} = t^* \left(\sqrt{\frac{\delta^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}\right)$   |
| 2.4 Частки для серійної вибірки    | $\Delta\tilde{p} = tM\tilde{p} = t^* \left(\sqrt{\frac{\delta_p^2}{s}}\right)$ | $\Delta\tilde{p} = tM\tilde{p} = t^* \left(\sqrt{\frac{\delta_p^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}\right)$ |

Слід зауважити, що вибіркова частка - це питома вага одиниць у вибірковій сукупності, що мають певну ознаку:

$$P = \frac{m}{n}, \quad (8.1)$$

де  $m$  – кількість одиниць вибіркової сукупності, що мають певну ознаку;  
 $n$  – загальна кількість одиниць вибіркової сукупності.

На підставі узагальнюючих показників вибіркової сукупності можна визначити межі, в яких знаходяться середня або частка в генеральній сукупності, відповідно за такими формулами:

$$\tilde{x} - \Delta\tilde{x} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta\tilde{x}$$

$$\tilde{p} - \Delta\tilde{p} \leq \bar{p} \leq \tilde{p} + \Delta\tilde{p}$$

Під час планування вибірових спостережень часом потрібно визначити мінімально достатній обсяг вибірки, яка дозволяє розповсюдити висновки, що зроблені на підставі вибірових спостережень, на генеральну сукупність. Інші параметри в такому випадку, або можуть бути якимось чином визначені, або задані.

Для визначення обсягу вибірки використовують формули, які наведені в таблиці 8.1

*Наприклад:*

$$M\tilde{x} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}; \quad M\tilde{x}^2 = \frac{\sigma^2}{n}; \quad n = \frac{\sigma^2}{M\tilde{x}^2}$$

$$\Delta\tilde{x} = tM\tilde{x} = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \quad \Delta\tilde{x}^2 = t^2 \times \frac{\sigma^2}{n} \quad n = \frac{\sigma^2 t^2}{\Delta\tilde{x}^2}$$

Розглянемо декілька прикладів.

**Приклад 1.** Методом випадкової повторної вибірки було взято для перевірки на вагу 200 шт. деталей. В результаті було встановлено, що середня вага деталі становить 30 г. ( $\bar{x}=30$ ) при середньому квадратичному відхиленні 4г. З імовірністю 0,954 ( $t = 2,0$ ) потрібно визначити інтервали, в яких знаходиться середня вага деталі в генеральній сукупності.

$$\tilde{x} - \Delta\tilde{x} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta\tilde{x}$$

$$\Delta\tilde{x} = tM\tilde{x} = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{4^2}{200}} = 0,56$$

$$30 - 0,56 \leq \bar{x} \leq 30 + 0,56$$

$$29,44 \leq \bar{x} \leq 30,56$$

Отже, вага деталі в генеральній сукупності буде в межах 29,44 – 30,56 (г).

**Приклад 2.** при обстеженні 100 зразків виробів, відібраних із партії у випадковому порядку, 20 виявились нестандартними. З імовірністю 0,954 ( $t = 2$ ) визначити межі, в яких знаходиться частка нестандартної продукції в генеральній сукупності.

$$\tilde{p} - \Delta\tilde{p} \leq \bar{p} \leq \tilde{p} + \Delta\tilde{p}$$

$$\tilde{p} = \frac{m}{n} = \frac{20}{100} = 0,2$$

$$\Delta\tilde{p} = tM\tilde{p} = t\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 2\sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{100}} = 0,08$$

$$0,2 - 0,08 \leq \bar{p} \leq 0,2 + 0,08$$

$$0,12 \leq \bar{p} \leq 0,28$$

**Приклад 3.** Из 200 ящиків для перевірки якості деталей був проведений суцільний контроль деталей в 20 ящиках. В результаті контролю встановлено, що частка бракованих деталей складає 15,0%. Міжсерійна дисперсія дорівнює 49. з імовірністю 0,997 ( $t = 3$ ) визначити межі в яких знаходиться частка бракованої продукції в партії ящиків.

$$\tilde{p} - \Delta\tilde{p} \leq \bar{p} \leq \tilde{p} + \Delta\tilde{p}$$

$$\Delta\tilde{x} = tM\tilde{x} = t\sqrt{\frac{\delta^2}{s}\left(1 - \frac{s}{S}\right)} = 3\sqrt{\frac{49}{20}\left(1 - \frac{20}{200}\right)} = 4,44\%$$

$$15 - 4,44 \leq \bar{p} \leq 15 + 4,44$$

$$10,56\% \leq \bar{p} \leq 19,44\%$$

**Приклад 4.** Для визначення середньої довжини деталі необхідно провести вибіркові обстеження методом випадкової повторної вибірки. Яку кількість деталей необхідно відібрати, щоб помилка вибірки не перевищувала 2 мм з імовірністю 0,954 ( $t = 2$ ) за середнім квадратичним відхиленням 8 мм.

$$\Delta\tilde{x} = tM\tilde{x} = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \quad \Delta\tilde{x}^2 = t^2 \times \frac{\sigma^2}{n}$$

$$n = \frac{\sigma^2 t^2}{\Delta\tilde{x}^2} = \frac{2^2 \cdot 8^2}{2^2} = 64$$

## Типові завдання

### Задача № 1.

З отари овець загальною чисельністю 1000 голів (N) вибірковій контрольній стрижді було піддано 100 голів (n) середній настриг вовни при цьому становив 4,2 кг на одну вівцю при середньому квадратичному відхиленні 1,5 кг. Визначити межі, в яких знаходиться середній настриг вовни для усіх 1000 голів з імовірністю 0,954 ( $t = 2$ ).

### Задача № 2.

Для визначення якості продукції відібрано 500 одиниць з 10 000. Серед них виявлено 50 виробів третього сорту. Визначити граничну помилку частки з імовірністю 0,997.

### Задача № 3.

Проведена 10-процентна типова вибірка, пропорційна чисельності відібраних груп робітників.

Характеристика вибірки робітників

| Групи робітників за спеціальністю | Чисельність, чол. | Середнє виконання норми, % | Середнє квадратичне відхилення, % |
|-----------------------------------|-------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| Т                                 | 40                | 98                         | 2                                 |
| С                                 | 50                | 108                        | 3                                 |
| Ф                                 | 60                | 104                        | 5                                 |

Визначити з імовірністю 0,954 межі, в яких знаходиться середній відсоток виконання норм робітниками в цілому. Вибірка безповторна.

#### Задача № 4.

Для визначення середньої врожайності цукрового буряка в області проведена 20-процентна серійна вибірка, до якої відійшло 5 районів із 25. Середня врожайність для кожного району становила: 250, 260, 275, 280, 300 ц/га з площі 800, 1000, 1200, 1200 і 2800 га відповідно. Визначити з ймовірністю 0,954 межі, в яких буде знаходитись середня врожайність цукрового буряка по області.

#### Задача № 5.

У районі є 2500 корів. Треба визначити необхідний обсяг випадкової вибірки для повторної та безповторної схеми при умові, що гранична помилка обчислення середнього річного надою не буде перевищувати 20 кг при імовірності 0,954 та  $\sigma_x = 300$ .

#### Задача № 6.

Визначимо обсяг вибірки при обчисленні частки. Встановлено, що помилка частки з імовірністю 0,954 не повинна перевищувати 3 % при питомій вазі породистих корів у 80 %.

#### Задача № 7.

На електроламповому заводі з метою перевірки якості ламп була організована мала вибірка (табл. 4.6). У випадковому безповторному відборі було відібрано 10 ламп.

Необхідно визначити граничну помилку вибірки і побудувати довірчий інтервал для середньої.

Мала вибірка для перевірки якості ламп

| Тривалість горіння, год<br>( $x_i$ ) | Число ламп, шт.<br>( $f_i$ ) |
|--------------------------------------|------------------------------|
| 1480                                 | 2                            |
| 1500                                 | 4                            |
| 1520                                 | 3                            |
| 1540                                 | 1                            |
| Разом                                | 10                           |

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

### Абсолютні, відносні, середні, показники варіації

#### ВАРІАНТ 1

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 12   | 18  | 30   | 26    | 14    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Кількість правопорушень    | 12 | 15 | 24 | 29 | 36 | 42 | 30 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 18; 38; 72                 |
| II      | 4                 | 14; 16; 48; 27             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

#### ВАРІАНТ 2

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |     |      |       |       |       |       |
|-----------------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 |
| Число фірм            | 20  | 26   | 20    | 14    | 10    | 10    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Кількість працівників | 5 | 17 | 18 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 19; 39; 70                 |
| II      | 4                 | 15; 16; 50; 30             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 3

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 10   | 12  | 20   | 22    | 10    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Кількість правопорушень    | 8  | 7  | 10 | 15 | 20 | 35 | 28 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 3                 | 20; 30; 50                 |
| II      | 4                 | 10; 15; 40; 25             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 4

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |     |      |       |       |       |       |
|-----------------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 |
| Число фірм            | 10  | 20   | 22    | 30    | 12    | 25    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Кількість працівників | 6 | 10 | 20 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 3                 | 15; 40; 60                 |
| II      | 4                 | 20; 15; 55; 35             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 5

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 12   | 18  | 22   | 30    | 14    |

**2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:**

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| Кількість правопорушень    | 12 | 15 | 24 | 29 | 36 | 42 | 32 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

**3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:**

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 2                 | 18; 38; 72                 |
| II      | 3                 | 14; 16; 48; 27             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

**ВАРІАНТ 6****1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:**

|                       |      |       |       |       |       |       |
|-----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |
| Число фірм            | 20   | 26    | 20    | 14    | 10    | 10    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

**2. За даними розподілу працівників підприємства за стажом визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.**

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  |
| Кількість працівників | 5 | 17 | 18 | 15 | 11 |

**3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:**

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 2                 | 19; 39; 70                 |
| II      | 3                 | 15; 16; 50; 30             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

**ВАРІАНТ 7****1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.**

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 10   | 22  | 18   | 20    | 10    |

**2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:**

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Кількість правопорушень    | 5  | 7  | 8  | 10 | 16 | 20 | 22 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 2                 | 20; 30; 50                 |
| II      | 3                 | 10; 15; 40; 25             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 8

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

| Товарообіг, млн. грн. | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |
|-----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Число фірм            | 5    | 10    | 8     | 16    | 20    | 18    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

| Стаж роботи, років    | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Кількість працівників | 6 | 10 | 20 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 2                 | 15; 40; 60                 |
| II      | 3                 | 20; 15; 55; 35             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 9

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Число працівників у % від загальної кількості | 12   | 18  | 30   | 26    | 14    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Кількість правопорушень    | 12 | 15 | 24 | 29 | 36 | 42 | 30 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 18; 38; 72                 |
| II      | 4                 | 14; 16; 48; 27             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 10

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |     |      |       |       |       |       |
|-----------------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 |
| Число фірм            | 20  | 26   | 20    | 14    | 10    | 10    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Кількість працівників | 5 | 17 | 18 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 3                 | 19; 39; 70                 |
| II      | 4                 | 15; 16; 50; 30             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 11

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 10   | 12  | 20   | 22    | 10    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Кількість правопорушень    | 8  | 7  | 10 | 15 | 20 | 35 | 28 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 3                 | 20; 30; 50                 |
| II      | 4                 | 10; 15; 40; 25             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 12

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |     |      |       |       |       |       |
|-----------------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 |
| Число фірм            | 10  | 20   | 22    | 30    | 12    | 25    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Кількість працівників | 6 | 10 | 20 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 15; 40; 60                 |
| II      | 4                 | 20; 15; 55; 35             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 13

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 12   | 18  | 22   | 30    | 14    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| Кількість правопорушень    | 12 | 15 | 24 | 29 | 36 | 42 | 32 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 2                 | 18; 38; 72                 |
| II      | 3                 | 14; 16; 48; 27             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 14

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |      |       |       |       |       |       |
|-----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |
| Число фірм            | 20   | 26    | 20    | 14    | 10    | 10    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.

2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  |
| Кількість працівників | 5 | 17 | 18 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 2                 | 19; 39; 70                 |
| II      | 3                 | 15; 16; 50; 30             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 15

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 10   | 22  | 18   | 20    | 10    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Кількість правопорушень    | 5  | 7  | 8  | 10 | 16 | 20 | 22 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 2                 | 20; 30; 50                 |
| II      | 3                 | 10; 15; 40; 25             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 16

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |      |       |       |       |       |       |
|-----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |
| Число фірм            | 5    | 10    | 8     | 16    | 20    | 18    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  |
| Кількість працівників | 6 | 10 | 20 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 2                 | 15; 40; 60                 |
| II      | 3                 | 20; 15; 55; 35             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 17

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 12   | 18  | 30   | 26    | 14    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Кількість правопорушень    | 12 | 15 | 24 | 29 | 36 | 42 | 30 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 3                 | 18; 38; 72                 |
| II      | 4                 | 14; 16; 48; 27             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 18

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |     |      |       |       |       |       |
|-----------------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 |
| Число фірм            | 20  | 26   | 20    | 14    | 10    | 10    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Кількість працівників | 5 | 17 | 18 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 19; 39; 70                 |
| II      | 4                 | 15; 16; 50; 30             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 19

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Число працівників у % від загальної кількості | 10   | 12  | 20   | 22    | 10    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Кількість правопорушень    | 8  | 7  | 10 | 15 | 20 | 35 | 28 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 20; 30; 50                 |
| II      | 4                 | 10; 15; 40; 25             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 20

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

| Товарообіг, млн. грн. | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 |
|-----------------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Число фірм            | 10  | 20   | 22    | 30    | 12    | 25    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

| Стаж роботи, років    | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Кількість працівників | 6 | 10 | 20 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 15; 40; 60                 |
| II      | 4                 | 20; 15; 55; 35             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 21

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 12   | 18  | 22   | 30    | 14    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| Кількість правопорушень    | 12 | 15 | 24 | 29 | 36 | 42 | 32 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 2                 | 18; 38; 72                 |
| II      | 3                 | 14; 16; 48; 27             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 22

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |      |       |       |       |       |       |
|-----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |
| Число фірм            | 20   | 26    | 20    | 14    | 10    | 10    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  |
| Кількість працівників | 5 | 17 | 18 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 2                 | 19; 39; 70                 |
| II      | 3                 | 15; 16; 50; 30             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 23

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 10   | 22  | 18   | 20    | 10    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Кількість правопорушень    | 5  | 7  | 8  | 10 | 16 | 20 | 22 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 2                 | 20; 30; 50                 |
| II      | 3                 | 10; 15; 40; 25             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 24

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |      |       |       |       |       |       |
|-----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |
| Число фірм            | 5    | 10    | 8     | 16    | 20    | 18    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.
2. За даними розподілу працівників підприємства за стажом визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  |
| Кількість працівників | 6 | 10 | 20 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

|         |                   |                            |
|---------|-------------------|----------------------------|
| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
| I       | 2                 | 15; 40; 60                 |
| II      | 3                 | 20; 15; 55; 35             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 25

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 12   | 18  | 30   | 26    | 14    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Кількість правопорушень    | 12 | 15 | 24 | 29 | 36 | 42 | 30 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 18; 38; 72                 |
| II      | 4                 | 14; 16; 48; 27             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 26

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

| Товарообіг, млн. грн. | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 |
|-----------------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Число фірм            | 20  | 26   | 20    | 14    | 10    | 10    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

| Стаж роботи, років    | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Кількість працівників | 5 | 17 | 18 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 19; 39; 70                 |
| II      | 4                 | 15; 16; 50; 30             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

### ВАРІАНТ 27

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Число працівників у % від загальної кількості | 10   | 12  | 20   | 22    | 10    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

| Вік правопорушників, років | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Кількість правопорушень    | 8  | 7  | 10 | 15 | 20 | 35 | 28 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 20; 30; 50                 |
| II      | 4                 | 10; 15; 40; 25             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 28

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |     |      |       |       |       |       |
|-----------------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 |
| Число фірм            | 10  | 20   | 22    | 30    | 12    | 25    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Кількість працівників | 6 | 10 | 20 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 3                 | 15; 40; 60                 |
| II      | 4                 | 20; 15; 55; 35             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 29

1. Визначити середній стаж працівників та його модальний та медіанний рівні. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

|   |      |     |      |       |       |
|---|------|-----|------|-------|-------|
| Стаж, років                                   | До 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Число працівників у % від загальної кількості | 12   | 18  | 22   | 30    | 14    |

2. Розподіл підліткової злочинності по одній з областей країни:

|                            |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Вік правопорушників, років | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| Кількість право-порушень   | 12 | 15 | 24 | 29 | 36 | 42 | 32 |

Визначити показники варіації: 1). Розмах варіації 2). Середнє лінійне відхилення 3). Середнє квадратичне відхилення 4). Коефіцієнт варіації. Зробити висновки.

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 2                 | 18; 38; 72                 |
| II      | 3                 | 14; 16; 48; 27             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## ВАРІАНТ 30

1. Розподіл торгових фірм за розмірами місячного товарообігу характеризується наступними даними:

|                       |      |       |       |       |       |       |
|-----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Товарообіг, млн. грн. | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |
| Число фірм            | 20   | 26    | 20    | 14    | 10    | 10    |

Визначити:

- 1). Середній розмір місячного товарообігу на одну фірму.
- 2). Модальне та медіанне значення товарообігу. Графічно перевірити правильність обчислених значень структурних середніх. Зробити висновки.

2. За даними розподілу працівників підприємства за стажем визначити показники варіації (розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації). Зробити висновки.

|                       |   |    |    |    |    |
|-----------------------|---|----|----|----|----|
| Стаж роботи, років    | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  |
| Кількість працівників | 5 | 17 | 18 | 15 | 11 |

3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств за два квартали:

| Квартал | Число підприємств | Чистий прибуток, млн. грн. |
|---------|-------------------|----------------------------|
| I       | 2                 | 19; 39; 70                 |
| II      | 3                 | 15; 16; 50; 30             |

Визначити: загальну дисперсію, міжгрупову дисперсію, середню з внутрішньогрупових дисперсій. Перевірити правильність розрахунку дисперсій за правилом їх додавання.

## Вибіркове спостереження

### Варіант 1

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового неповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

| Обсяг домогосподарства, осіб | 1  | 2  | 3   | 4  | 5  | 6 |
|------------------------------|----|----|-----|----|----|---|
| Число домогосподарств        | 35 | 94 | 120 | 53 | 12 | 4 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 5000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 80% машин. Яка має бути вибірка сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 5%?

### Варіант 2

1. В місті проживає 1800 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового неповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Кількість сімей    | 12 | 14 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 60000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читачьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 10 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 2 роки.

### Варіант 3

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового безповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |     |    |    |   |
|------------------------------|----|----|-----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 2  | 3  | 4   | 5  | 6  | 7 |
| Число домогосподарств        | 35 | 94 | 100 | 53 | 12 | 4 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 6000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 80% машин. Яка має бути вибірка сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 5%?

### Варіант 4

1. В місті проживає 1800 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового безповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 18 | 16 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 50000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 8 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 2 роки.

### Варіант 5

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового безповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |    |    |    |   |
|------------------------------|----|----|----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 |
| Число домогосподарств        | 30 | 80 | 90 | 50 | 10 | 5 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 3000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 75% машин. Яка має бути вибірка сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 5%?

### Варіант 6

1. В місті проживає 2100 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового безповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 12 | 14 | 8 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 65000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 10 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 3 роки.

#### **Варіант 7**

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового безповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |    |    |    |   |
|------------------------------|----|----|----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 |
| Число домогосподарств        | 35 | 90 | 50 | 45 | 10 | 8 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 6000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 90% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з імовірністю 0,997, не перевищила 3%?

#### **Варіант 8**

1. В місті проживає 2000 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркове обстеження сімей методом випадкового безповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 16 | 12 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 80000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 12 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 2 роки.

#### **Варіант 9**

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового безповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |     |    |    |    |
|------------------------------|----|----|-----|----|----|----|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 2  | 3  | 4   | 5  | 6  | 7  |
| Число домогосподарств        | 35 | 94 | 110 | 53 | 15 | 10 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 4000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 80% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з імовірністю 0,997, не перевищила 7%?

### Варіант 10

1. В місті проживає 1800 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового неповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 12 | 13 | 6 | 4 | 2 | 1 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 60000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 9 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 3 роки.

### Варіант 11

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового неповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |    |    |    |   |
|------------------------------|----|----|----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 |
| Число домогосподарств        | 25 | 35 | 50 | 45 | 10 | 8 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 6000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 95% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 6%?

### Варіант 12

1. В місті проживає 2200 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового неповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 18 | 10 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 40000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 8 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 1 рік.

### Варіант 13

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового неповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |     |    |    |   |
|------------------------------|----|----|-----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 1  | 2  | 3   | 4  | 5  | 6 |
| Число домогосподарств        | 35 | 95 | 100 | 55 | 12 | 4 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 3000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 80% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 3%?

### Варіант 14

1. В місті проживає 1500 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового неповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Кількість сімей    | 12 | 14 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 70000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 12 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 2 роки.

### Варіант 15

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового безповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |    |    |    |   |
|------------------------------|----|----|----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 |
| Число домогосподарств        | 10 | 12 | 15 | 18 | 12 | 5 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 6000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 70% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 5%?

### Варіант 16

1. В місті проживає 1800 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркове обстеження сімей методом випадкового безповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 12 | 14 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 60000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 10 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 2 роки.

### Варіант 17

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового безповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |     |    |    |   |
|------------------------------|----|----|-----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 2  | 3  | 4   | 5  | 6  | 7 |
| Число домогосподарств        | 35 | 94 | 100 | 53 | 12 | 4 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 6000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 80% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 5%?

### Варіант 18

1. В місті проживає 1800 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового безповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 18 | 16 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 50000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 8 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 2 роки.

#### **Варіант 19**

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового безповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |    |    |    |   |
|------------------------------|----|----|----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 |
| Число домогосподарств        | 30 | 80 | 90 | 50 | 10 | 5 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 3000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 75% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 5%?

#### **Варіант 20**

1. В місті проживає 2100 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового безповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 12 | 14 | 8 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 65000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 10 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 3 роки.

#### **Варіант 21**

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового безповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |    |    |    |   |
|------------------------------|----|----|----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 |
| Число домогосподарств        | 35 | 90 | 50 | 45 | 10 | 8 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 6000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 90% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 3%?

#### **Варіант 22**

1. В місті проживає 2000 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового безповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 16 | 12 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 80000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 12 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 2 роки.

### Варіант 23

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового безповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |     |    |    |    |
|------------------------------|----|----|-----|----|----|----|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 2  | 3  | 4   | 5  | 6  | 7  |
| Число домогосподарств        | 35 | 94 | 110 | 53 | 15 | 10 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 4000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 80% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 7%?

### Варіант 24

1. В місті проживає 1800 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового безповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 12 | 13 | 6 | 4 | 2 | 1 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 60000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 9 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 3 роки.

### Варіант 25

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового безповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |    |    |    |   |
|------------------------------|----|----|----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 |
| Число домогосподарств        | 25 | 35 | 50 | 45 | 10 | 8 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 6000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 95% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 6%?

### Варіант 26

1. В місті проживає 2500 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового неповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Кількість сімей    | 18 | 10 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 40000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 8 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 1 рік.

### Варіант 27

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового неповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |     |    |    |   |
|------------------------------|----|----|-----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 1  | 2  | 3   | 4  | 5  | 6 |
| Число домогосподарств        | 35 | 95 | 100 | 55 | 12 | 4 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 3000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 80% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 3%?

### Варіант 28

1. В місті проживає 1500 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркоче обстеження сімей методом випадкового неповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Кількість сімей    | 12 | 14 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 70000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читацьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 12 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищувати 2 роки.

### Варіант 29

1. Вибіркове 5-% обстеження обсягу домогосподарств району, проведене на основі випадкового неповторного відбору, дозволило отримати такі дані:

|                              |    |    |    |    |    |   |
|------------------------------|----|----|----|----|----|---|
| Обсяг домогосподарства, осіб | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 |
| Число домогосподарств        | 10 | 12 | 15 | 18 | 12 | 5 |

Всього в районі 500 домогосподарств. З ймовірністю 0,954 визначити по району в цілому границі середнього обсягу домогосподарства.

2. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (кількістю 6000 станків) у першу зміну без простоїв працювало 70% машин. Яка має бути вибіркова сукупність, щоб похибка вибірки для частки обладнання, що працює без простоїв з ймовірністю 0,997, не перевищила 5%?

### Варіант 30

1. В місті проживає 1500 сімей. З метою визначення середнього розміру сім'ї було проведено 3-% вибіркове обстеження сімей методом випадкового неповторного відбору. В результаті обстеження отримали такі дані:

|                    |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Розмір сім'ї, осіб | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Кількість сімей    | 12 | 14 | 6 | 4 | 3 | 2 |

Визначити з ймовірністю 0,997 інтервал, в якому знаходиться середній розмір сім'ї в цілому по місту.

2. Для встановлення середнього віку 70000 читачів бібліотеки необхідно провести вибірку з читачьких карток методом випадкового відбору. За попередніми обстеженнями встановлено, що середнє квадратичне відхилення віку читачів дорівнює 12 років. Визначити необхідну чисельність вибірки при умові, що з ймовірністю 0,954 помилка відбору не буде перевищув

## Індексний метод статистичних досліджень

Завдання складається з двох частин.

*Вибір варіанту слід здійснити у відповідності з останньою цифрою варіанта.*

*Крім того, варіант має включати дані про три види продовольчих товарів (завдання А) та про три галузі народного господарства (завдання Б), тому потрібно виписувати дані, що відповідають вибраній цифрі і два наступні за ними. Якщо номер варіанту закінчується нулем, то беруть передостанню цифру номера варіанту.*

**А. Маємо наступні дані про продаж продовольчих товарів торговими організаціями (таблиця 1).**

Таблиця 1 - Динаміка продажу продовольчих товарів

|   | Товар                                      | Кількість реалізованого товару, тис. т |         | Середня ціна за тону, тис. грн. |         |
|---|--|--|---------|---------------------------------|---------|
|   |  | 2008 р.                                | 2009 р. | 2008 р.                         | 2009 р. |
| 1 | М'ясо і м'ясопродукти                      | 1521                                   | 1153    | 77,8                            | 67,8    |
| 2 | Молоко і мол.продукти                      | 3933                                   | 2552    | 11,7                            | 13,7    |
| 3 | Хлібні продукти (в перерахунку на борошно) | 5955                                   | 5167    | 12,8                            | 12,5    |
| 4 | Олія                                       | 119                                    | 157     | 24,4                            | 25,6    |
| 5 | Цукор                                      | 1263                                   | 1012    | 3,3                             | 3,2     |
| 6 | Яйця, млн. шт.                             | 4463                                   | 3146    | 4,6                             | 4,1     |
| 7 | Картопля                                   | 572                                    | 490     | 17,0                            | 18,4    |
| 8 | Овочі                                      | 1035                                   | 824     | 13,6                            | 13,9    |
| 9 | Фрукти та цитрусові                        | 146                                    | 168     | 17,7                            | 18,2    |

Для вибраного варіанту необхідно визначити:

- 1) індивідуальні індекси цін, кількості проданого товару та товарообігу;
- 2) загальний індекс товарообігу;
- 3) загальний індекс фізичного обсягу реалізації продукції;
- 4) загальний індекс цін і суму економії чи перевитрат від зміни цін;
- 5) приріст товарообігу за рахунок зміни цін і кількості продажу товарів.

Зробити висновки. Показати взаємозв'язок між обчисленими індексами.

**Б** За даними про зміну в заробітній платі і численності працівників малих підприємств області по деяких галузях народного господарства (таблиця 2) визначити:

- 1) на скільки процентів змінилась середньомісячна заробітна плата працівників по двох галузях народного господарства;
- 2) що більшою мірою вплинуло на зміну середньої заробітної плати: зміна її рівня окремо на кожній галузі чи зміни в структурі чисельності працівників галузей.

Правильність відповіді довести за допомогою розрахунків.

Таблиця 2. Динаміка заробітної плати і чисельності працівників малих підприємств області

|   | Галузь народного господарства   | Середньорічна кількість працівників, чол. |         | Середньорічна заробітна плата одного працівника, грн. |         |
|---|---|---|---------|---|---------|
|   |   | 2007 р.                                   | 2008 р. | 2007 р.   | 2008 р. |
| 1 | Промисловість   | 1937                                      | 1988    | 1650  | 1680    |
| 2 | Сільське господарство   | 51  | 55      | 1570  | 1520    |
| 3 | Транспорт   | 120                                       | 171     | 1370  | 1340    |
| 4 | Будівництво   | 2133                                      | 2188    | 3360  | 3250    |
| 5 | Торгівля, громадське харчування   | 3551                                      | 3376    | 1240  | 1320    |
| 6 | Матеріально-технічне постачання та збут, заготівлі                                    | 49  | 58      | 1830  | 2000    |
| 7 | Житлово-комунальне господарство, невиробничі види побутового обслуговування населення | 524                                       | 537     | 840   | 950     |
| 8 | Наука і наукове обслуговування  | 236                                       | 251     | 1130  | 1220    |
| 9 | Фінансування, страхування та пенсійне забезпечення                                    | 40  | 43      | 1240  | 1370    |

## Кореляційно-регресійний аналіз зв'язків

### ВАРІАНТ 1

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Число ясних днів, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------|--------------------------------|
| 8                   | 49                             |
| 14                  | 50                             |
| 20                  | 38                             |
| 25                  | 30                             |
| 20                  | 34                             |
| 15                  | 46                             |

2. Побудувати регресійну модель виду  $y=a+bx$  для передбачення змін рівня захворюваності органів дихання (у) в залежності від ступеню запиленості повітря (х). Спрогнозувати рівень захворюваності для ступеню запиленості 1,8; 2; 2,5.

| Захворюваність у, осіб | Ступінь запиленості x, 1000 м <sup>3</sup> |
|------------------------|--|
| 1040                   | 1,2  |
| 1160                   | 1,3  |
| 1155                   | 1,3  |
| 1140                   | 1,4  |
| 1260                   | 1,7  |

### ВАРІАНТ 2

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між відвідуваністю музеїв та відвідуваністю парків міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість відвідувань парків, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------------------|--------------------------------|
| 13                              | 49                             |
| 35                              | 50                             |
| 64                              | 38                             |
| 86                              | 30                             |
| 74                              | 34                             |
| 54                              | 46                             |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = a + bx^2$  життєвої ємності легенів (у) від росту людини (х). Розрахувати ємність легенів для росту 1,6 та 2 метри.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Зріст людини х, метрів |
|-----------------------------------|------------------------|
| 5,5                               | 1,8                    |
| 5,1                               | 1,85                   |
| 5                                 | 1,82                   |
| 4,8                               | 1,75                   |

### ВАРІАНТ 3

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між кількістю чоловіків та жінок Чернігівської області за період з 2003 по 2007 роки. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість чоловіків у, тис. осіб | Кількість жінок х, тис. осіб |
|----------------------------------|------------------------------|
| 710                              | 506                          |
| 704                              | 493                          |
| 698                              | 480                          |
| 694                              | 465                          |
| 690                              | 452                          |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = \frac{a}{x} + b$  життєвої ємності легенів (у) від віку людини (х). Розрахувати ємність легенів для віку 26 та 28 років.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Вік людини х, років |
|-----------------------------------|---------------------|
| 5,4                               | 18                  |
| 5                                 | 20                  |
| 4,9                               | 23                  |
| 4,8                               | 24                  |
| 5,1                               | 25                  |

#### ВАРІАНТ 4

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Число похмурих днів, у | Кількість відвідувань музею, х |
|------------------------|--------------------------------|
| 8                      | 15                             |
| 14                     | 25                             |
| 20                     | 20                             |
| 25                     | 10                             |
| 20                     | 24                             |
| 15                     | 17                             |

2. Побудувати регресійну модель виду  $y=a+bx$  для передбачення змін рівня захворюваності органів дихання (у) в залежності від ступеню запиленості повітря (х). Спрогнозувати рівень захворюваності для ступеню запиленості 2; 2,2.

| Захворюваність у, осіб | Ступінь запиленості х, 1000 м <sup>3</sup> |
|------------------------|--|
| 1040                   | 1,2  |
| 1160                   | 1,3  |
| 1155                   | 1,3  |
| 1240                   | 1,5  |
| 1360                   | 1,8  |

#### ВАРІАНТ 5

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між відвідуваністю музеїв та відвідуваністю парків міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість відвідувань парків, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------------------|--------------------------------|
| 20                              | 45                             |
| 35                              | 50                             |
| 64                              | 38                             |
| 86                              | 30                             |
| 74                              | 34                             |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y=a+bx^2$  життєвої ємності легенів (у) від росту людини (х). Розрахувати ємність легенів для росту 1,75 та 2,1 метри.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Зріст людини х, метрів |
|-----------------------------------|------------------------|
| 5,7                               | 1,9                    |
| 5,1                               | 1,85                   |
| 5                                 | 1,82                   |
| 4,6                               | 1,7                    |

### ВАРІАНТ 6

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між кількістю чоловіків та жінок Чернігівської області за період з 2004 по 2008 роки. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість чоловіків у, тис. осіб | Кількість жінок х, тис. осіб |
|----------------------------------|------------------------------|
| 704                              | 493                          |
| 698                              | 480                          |
| 694                              | 465                          |
| 690                              | 452                          |
| 686                              | 440                          |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = \frac{a}{x} + b$  життєвої ємності легенів (у) від віку людини (х). Розрахувати ємність легенів для віку 27 та 30 років.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Вік людини х, років |
|-----------------------------------|---------------------|
| 5,4                               | 18                  |
| 5                                 | 20                  |
| 4,9                               | 23                  |
| 4,8                               | 24                  |
| 5,3                               | 26                  |

### ВАРІАНТ 7

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Число ясних днів, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------|--------------------------------|
| 8                   | 49                             |
| 14                  | 50                             |
| 20                  | 38                             |
| 25                  | 30                             |
| 20                  | 34                             |
| 15                  | 46                             |

2. Побудувати регресійну модель виду  $y=a+bx$  для передбачення змін рівня захворюваності органів дихання (у) в залежності від ступеню запиленості повітря (х). Спрогнозувати рівень захворюваності для ступеню запиленості 1,8; 2; 2,5.

| Захворюваність у, осіб | Ступінь запиленості х, 1000 м <sup>3</sup> |
|------------------------|--|
| 1040                   | 1,2  |
| 1160                   | 1,3  |
| 1155                   | 1,3  |
| 1140                   | 1,4  |
| 1260                   | 1,8  |

### ВАРІАНТ 8

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між відвідуваністю музеїв та відвідуваністю парків міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість відвідувань парків, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------------------|--------------------------------|
| 13                              | 49                             |
| 35                              | 50                             |
| 64                              | 38                             |
| 86                              | 30                             |
| 74                              | 34                             |
| 54                              | 46                             |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = a + bx^2$  життєвої ємності легенів (у) від росту людини (х). Розрахувати ємність легенів для росту 1,6 та 2 метри.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Зріст людини х, метрів |
|-----------------------------------|------------------------|
| 5,5                               | 1,8                    |
| 5,1                               | 1,85                   |
| 5                                 | 1,82                   |
| 4,7                               | 1,7                    |

### ВАРІАНТ 9

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між кількістю чоловіків та жінок Чернігівської області за період з 2003 по 2007 роки. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість чоловіків у, тис. осіб | Кількість жінок х, тис. осіб |
|----------------------------------|------------------------------|
| 710                              | 506                          |
| 704                              | 493                          |
| 698                              | 480                          |
| 694                              | 465                          |
| 690                              | 452                          |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = \frac{a}{x} + b$  життєвої ємності легенів (у) від віку людини (х). Розрахувати ємність легенів для віку 26 та 28 років.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Вік людини х, років |
|-----------------------------------|---------------------|
| 5,5                               | 19                  |
| 5                                 | 20                  |
| 4,9                               | 23                  |
| 4,8                               | 24                  |
| 5,1                               | 25                  |

### ВАРІАНТ 10

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Число похмурих днів, $y$ | Кількість відвідувань музею, $x$ |
|--------------------------|----------------------------------|
| 10                       | 15                               |
| 14                       | 25                               |
| 20                       | 20                               |
| 25                       | 10                               |
| 20                       | 24                               |
| 15                       | 15                               |

2. Побудувати регресійну модель виду  $y=a+bx$  для передбачення змін рівня захворюваності органів дихання ( $y$ ) в залежності від ступеню запиленості повітря ( $x$ ). Спрогнозувати рівень захворюваності для ступеню запиленості 2; 2,2.

| Захворюваність $y$ , осіб | Ступінь запиленості $x$ ,<br>1000 м <sup>3</sup> |
|---------------------------|--|
| 1040                      | 1,2  |
| 1160                      | 1,3  |
| 1155                      | 1,3  |
| 1240                      | 1,5  |
| 1350                      | 1,7  |

### ВАРІАНТ 11

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між відвідуваністю музеїв та відвідуваністю парків міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість відвідувань парків, $y$ | Кількість відвідувань музею, $x$ |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| 20                                | 45                               |
| 35                                | 50                               |
| 64                                | 38                               |
| 86                                | 30                               |
| 70                                | 31                               |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y=a+bx^2$  життєвої ємності легенів ( $y$ ) від росту людини ( $x$ ). Розрахувати ємність легенів для росту 1,75 та 2,1 метри.

| Життєва ємність легенів $y$ , літрів | Зріст людини $x$ , метрів |
|--------------------------------------|---------------------------|
| 5,6                                  | 1,87                      |
| 5,1                                  | 1,85                      |
| 5                                    | 1,82                      |
| 4,6                                  | 1,7                       |

## ВАРІАНТ 12

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між кількістю чоловіків та жінок Чернігівської області за період з 2004 по 2008 роки. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість чоловіків у, тис. осіб | Кількість жінок х, тис. осіб |
|----------------------------------|------------------------------|
| 704                              | 493                          |
| 698                              | 480                          |
| 694                              | 465                          |
| 690                              | 452                          |
| 686                              | 440                          |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = \frac{a}{x} + b$  життєвої ємності легенів (у) від віку людини (х). Розрахувати ємність легенів для віку 22 та 25 років.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Вік людини х, років |
|-----------------------------------|---------------------|
| 5,4                               | 18                  |
| 5,3                               | 19                  |
| 4,9                               | 23                  |
| 4,8                               | 24                  |
| 5,3                               | 26                  |

## ВАРІАНТ 13

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Число ясних днів, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------|--------------------------------|
| 8                   | 49                             |
| 14                  | 50                             |
| 20                  | 38                             |
| 25                  | 30                             |
| 20                  | 34                             |
| 15                  | 46                             |

2. Побудувати регресійну модель виду  $y = a + bx$  для передбачення змін рівня захворюваності органів дихання (у) в залежності від ступеню запиленості повітря (х). Спрогнозувати рівень захворюваності для ступеню запиленості 1,8; 2; 2,5.

| Захворюваність у, осіб | Ступінь запиленості х, 1000 м <sup>3</sup> |
|------------------------|--|
| 1040                   | 1,2  |
| 1160                   | 1,3  |
| 1155                   | 1,3  |
| 1140                   | 1,4  |
| 1260                   | 1,7  |

### ВАРІАНТ 14

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між відвідуваністю музеїв та відвідуваністю парків міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість відвідувань парків, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------------------|--------------------------------|
| 13                              | 49                             |
| 35                              | 50                             |
| 64                              | 38                             |
| 86                              | 30                             |
| 74                              | 34                             |
| 54                              | 46                             |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y=a+bx^2$  життєвої ємності легенів (у) від росту людини (х). Розрахувати ємність легенів для росту 1,6 та 2 метри.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Зріст людини х, метрів |
|-----------------------------------|------------------------|
| 5,5                               | 1,8                    |
| 5,1                               | 1,85                   |
| 5                                 | 1,82                   |
| 4,8                               | 1,75                   |

### ВАРІАНТ 15

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між кількістю чоловіків та жінок Чернігівської області за період з 2003 по 2007 роки. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість чоловіків у, тис. осіб | Кількість жінок х, тис. осіб |
|----------------------------------|------------------------------|
| 710                              | 506                          |
| 704                              | 493                          |
| 698                              | 480                          |
| 694                              | 465                          |
| 690                              | 452                          |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = \frac{a}{x} + b$  життєвої ємності легенів (у) від віку людини (х). Розрахувати ємність легенів для віку 26 та 28 років.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Вік людини х, років |
|-----------------------------------|---------------------|
| 5,4                               | 18                  |
| 5                                 | 20                  |
| 4,9                               | 23                  |
| 4,8                               | 24                  |
| 5,1                               | 25                  |

### ВАРІАНТ 16

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Число похмурих днів, $y$ | Кількість відвідувань музею, $x$ |
|--------------------------|----------------------------------|
| 8                        | 15                               |
| 14                       | 25                               |
| 20                       | 20                               |
| 25                       | 10                               |
| 20                       | 24                               |
| 15                       | 17                               |

2. Побудувати регресійну модель виду  $y=a+bx$  для передбачення змін рівня захворюваності органів дихання ( $y$ ) в залежності від ступеню запиленості повітря ( $x$ ). Спрогнозувати рівень захворюваності для ступеню запиленості 2; 2,2.

| Захворюваність $y$ , осіб | Ступінь запиленості $x$ , $1000 \text{ м}^3$ |
|---------------------------|--|
| 1040                      | 1,2  |
| 1160                      | 1,3  |
| 1155                      | 1,3  |
| 1240                      | 1,5  |
| 1360                      | 1,8  |

### ВАРІАНТ 17

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між відвідуваністю музеїв та відвідуваністю парків міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість відвідувань парків, $y$ | Кількість відвідувань музею, $x$ |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| 20                                | 45                               |
| 35                                | 50                               |
| 64                                | 38                               |
| 86                                | 30                               |
| 74                                | 34                               |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y=a+bx^2$  життєвої ємності легенів ( $y$ ) від росту людини ( $x$ ). Розрахувати ємність легенів для росту 1,75 та 2,1 метри.

| Життєва ємність легенів $y$ , літрів | Зріст людини $x$ , метрів |
|--------------------------------------|---------------------------|
| 5,7                                  | 1,9                       |
| 5,1                                  | 1,85                      |
| 5                                    | 1,82                      |
| 4,6                                  | 1,7                       |

### ВАРІАНТ 18

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між кількістю чоловіків та жінок Чернігівської області за період з 2004 по 2008 роки. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість чоловіків у, тис. осіб | Кількість жінок х, тис. осіб |
|----------------------------------|------------------------------|
| 704                              | 493                          |
| 698                              | 480                          |
| 694                              | 465                          |
| 690                              | 452                          |
| 686                              | 440                          |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = \frac{a}{x} + b$  життєвої ємності легенів (у) від віку людини (х). Розрахувати ємність легенів для віку 27 та 30 років.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Вік людини х, років |
|-----------------------------------|---------------------|
| 5,4                               | 18                  |
| 5                                 | 20                  |
| 4,9                               | 23                  |
| 4,8                               | 24                  |
| 5,3                               | 26                  |

### ВАРІАНТ 19

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Число ясних днів, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------|--------------------------------|
| 8                   | 49                             |
| 14                  | 50                             |
| 20                  | 38                             |
| 25                  | 30                             |
| 20                  | 34                             |
| 15                  | 46                             |

2. Побудувати регресійну модель виду  $y = a + bx$  для передбачення змін рівня захворюваності органів дихання (у) в залежності від ступеню запиленості повітря (х). Спрогнозувати рівень захворюваності для ступеню запиленості 1,8; 2; 2,5.

| Захворюваність у, осіб | Ступінь запиленості х, 1000 м <sup>3</sup> |
|------------------------|--|
| 1040                   | 1,2  |
| 1160                   | 1,3  |
| 1155                   | 1,3  |
| 1140                   | 1,4  |
| 1260                   | 1,8  |

### ВАРІАНТ 20

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між відвідуваністю музеїв та відвідуваністю парків міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість відвідувань парків, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------------------|--------------------------------|
| 13                              | 49                             |
| 35                              | 50                             |
| 64                              | 38                             |
| 86                              | 30                             |
| 74                              | 34                             |
| 54                              | 46                             |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y=a+bx^2$  життєвої ємності легенів (у) від росту людини (х). Розрахувати ємність легенів для росту 1,6 та 2 метри.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Зріст людини х, метрів |
|-----------------------------------|------------------------|
| 5,5                               | 1,8                    |
| 5,1                               | 1,85                   |
| 5                                 | 1,82                   |
| 4,7                               | 1,7                    |

### ВАРІАНТ 21

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між кількістю чоловіків та жінок Чернігівської області за період з 2003 по 2007 роки. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість чоловіків у, тис. осіб | Кількість жінок х, тис. осіб |
|----------------------------------|------------------------------|
| 710                              | 506                          |
| 704                              | 493                          |
| 698                              | 480                          |
| 694                              | 465                          |
| 690                              | 452                          |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = \frac{a}{x} + b$  життєвої ємності легенів (у) від віку людини (х). Розрахувати ємність легенів для віку 26 та 28 років.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Вік людини х, років |
|-----------------------------------|---------------------|
| 5,5                               | 19                  |
| 5                                 | 20                  |
| 4,9                               | 23                  |
| 4,8                               | 24                  |
| 5,1                               | 25                  |

## ВАРІАНТ 22

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Число похмурих днів, $y$ | Кількість відвідувань музею, $x$ |
|--------------------------|----------------------------------|
| 10                       | 15                               |
| 14                       | 25                               |
| 20                       | 20                               |
| 25                       | 10                               |
| 20                       | 24                               |
| 15                       | 15                               |

2. Побудувати регресійну модель виду  $y=a+bx$  для передбачення змін рівня захворюваності органів дихання ( $y$ ) в залежності від ступеню запиленості повітря ( $x$ ). Спрогнозувати рівень захворюваності для ступеню запиленості 2; 2,2.

| Захворюваність $y$ , осіб | Ступінь запиленості $x$ , $1000 \text{ м}^3$ |
|---------------------------|--|
| 1040                      | 1,2  |
| 1160                      | 1,3  |
| 1155                      | 1,3  |
| 1240                      | 1,5  |
| 1350                      | 1,7  |

## ВАРІАНТ 23

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між відвідуваністю музеїв та відвідуваністю парків міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість відвідувань парків, $y$ | Кількість відвідувань музею, $x$ |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| 20                                | 45                               |
| 35                                | 50                               |
| 64                                | 38                               |
| 86                                | 30                               |
| 70                                | 31                               |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y=a+bx^2$  життєвої ємності легенів ( $y$ ) від росту людини ( $x$ ). Розрахувати ємність легенів для росту 1,75 та 2,1 метри.

| Життєва ємність легенів $y$ , літрів | Зріст людини $x$ , метрів |
|--------------------------------------|---------------------------|
| 5,6                                  | 1,87                      |
| 5,1                                  | 1,85                      |
| 5                                    | 1,82                      |
| 4,6                                  | 1,7                       |

### ВАРІАНТ 24

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між кількістю чоловіків та жінок Чернігівської області за період з 2004 по 2008 роки. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість чоловіків у, тис. осіб | Кількість жінок х, тис. осіб |
|----------------------------------|------------------------------|
| 704                              | 493                          |
| 698                              | 480                          |
| 694                              | 465                          |
| 690                              | 452                          |
| 686                              | 440                          |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = \frac{a}{x} + b$  життєвої ємності легенів (у) від віку людини (х). Розрахувати ємність легенів для віку 22 та 25 років.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Вік людини х, років |
|-----------------------------------|---------------------|
| 5,4                               | 18                  |
| 5,3                               | 19                  |
| 4,9                               | 23                  |
| 4,8                               | 24                  |
| 5,3                               | 26                  |

### ВАРІАНТ 25

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Число ясних днів, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------|--------------------------------|
| 8                   | 49                             |
| 14                  | 50                             |
| 20                  | 38                             |
| 25                  | 30                             |
| 20                  | 34                             |
| 15                  | 46                             |

2. Побудувати регресійну модель виду  $y = a + bx$  для передбачення змін рівня захворюваності органів дихання (у) в залежності від ступеню запиленості повітря (х). Спрогнозувати рівень захворюваності для ступеню запиленості 1,8; 2; 2,5.

| Захворюваність у, осіб | Ступінь запиленості х, 1000 м <sup>3</sup> |
|------------------------|--|
| 1040                   | 1,2  |
| 1160                   | 1,3  |
| 1155                   | 1,3  |
| 1140                   | 1,4  |
| 1260                   | 1,7  |

### ВАРІАНТ 26

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між відвідуваністю музеїв та відвідуваністю парків міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість відвідувань парків, у | Кількість відвідувань музею, х |
|---------------------------------|--------------------------------|
| 13                              | 49                             |
| 35                              | 50                             |
| 64                              | 38                             |
| 86                              | 30                             |
| 74                              | 34                             |
| 54                              | 46                             |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y=a+bx^2$  життєвої ємності легенів (у) від росту людини (х). Розрахувати ємність легенів для росту 1,6 та 2 метри.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Зріст людини х, метрів |
|-----------------------------------|------------------------|
| 5,5                               | 1,8                    |
| 5,1                               | 1,85                   |
| 5                                 | 1,82                   |
| 4,8                               | 1,75                   |

### ВАРІАНТ 27

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між кількістю чоловіків та жінок Чернігівської області за період з 2003 по 2007 роки. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість чоловіків у, тис. осіб | Кількість жінок х, тис. осіб |
|----------------------------------|------------------------------|
| 710                              | 506                          |
| 704                              | 493                          |
| 698                              | 480                          |
| 694                              | 465                          |
| 690                              | 452                          |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = \frac{a}{x} + b$  життєвої ємності легенів (у) від віку людини (х). Розрахувати ємність легенів для віку 26 та 28 років.

| Життєва ємність легенів у, літрів | Вік людини х, років |
|-----------------------------------|---------------------|
| 5,4                               | 18                  |
| 5                                 | 20                  |
| 4,9                               | 23                  |
| 4,8                               | 24                  |
| 5,1                               | 25                  |

### ВАРІАНТ 28

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Число похмурих днів, $y$ | Кількість відвідувань музею, $x$ |
|--------------------------|----------------------------------|
| 8                        | 15                               |
| 14                       | 25                               |
| 20                       | 20                               |
| 25                       | 10                               |
| 20                       | 24                               |
| 15                       | 17                               |

2. Побудувати регресійну модель виду  $y=a+bx$  для передбачення змін рівня захворюваності органів дихання ( $y$ ) в залежності від ступеню запиленості повітря ( $x$ ). Спрогнозувати рівень захворюваності для ступеню запиленості 2; 2,2.

| Захворюваність $y$ , осіб | Ступінь запиленості $x$ , 1000 м <sup>3</sup> |
|---------------------------|---|
| 1040                      | 1,2   |
| 1160                      | 1,3   |
| 1155                      | 1,3   |
| 1240                      | 1,5   |
| 1360                      | 1,8   |

### ВАРІАНТ 29

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між відвідуваністю музеїв та відвідуваністю парків міста. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість відвідувань парків, $y$ | Кількість відвідувань музею, $x$ |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| 20                                | 45                               |
| 35                                | 50                               |
| 64                                | 38                               |
| 86                                | 30                               |
| 74                                | 34                               |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y=a+bx^2$  життєвої ємності легенів ( $y$ ) від росту людини ( $x$ ). Розрахувати ємність легенів для росту 1,75 та 2,1 метри.

| Життєва ємність легенів $y$ , літрів | Зріст людини $x$ , метрів |
|--------------------------------------|---------------------------|
| 5,7                                  | 1,9                       |
| 5,1                                  | 1,85                      |
| 5                                    | 1,82                      |
| 4,6                                  | 1,7                       |

### ВАРІАНТ 30

1. З'ясувати чи існує взаємозв'язок між кількістю чоловіків та жінок Чернігівської області за період з 2004 по 2008 роки. Зробити висновок про тісноту і напрям зв'язку.

| Кількість чоловіків у,<br>тис. осіб | Кількість жінок х, тис.<br>осіб |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| 704                                 | 493                             |
| 698                                 | 480                             |
| 694                                 | 465                             |
| 690                                 | 452                             |
| 686                                 | 440                             |

2. Побудувати математичну залежність виду  $y = \frac{a}{x} + b$  життєвої ємності легенів (у) від віку людини (х). Розрахувати ємність легенів для віку 27 та 30 років.

| Життєва ємність легенів<br>у, літрів | Вік людини х, років |
|--------------------------------------|---------------------|
| 5,4                                  | 18                  |
| 5                                    | 20                  |
| 4,9                                  | 23                  |
| 4,8                                  | 24                  |
| 5,3                                  | 26                  |

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Акімов О. В. Статистика в малюнках та схемах : навч. посіб. Київ : ЦНЛ, 2017. 168 с.
2. Горкавий В. К. Статистика: навч. посіб. Київ: ЦНЛ, 2024. 608 с.
3. Єріна А. М., Пальян З. О. Теорія статистики : навч. посіб. Київ : Знання, 2019. 422 с.
4. Лугінін О. Є. Статистика : навч. посіб. Київ : ЦНЛ, 2017. 608 с.
5. Макаренко М. В. Теорія статистики: навч. посіб. Київ : Кондор, 2017. 236 с.
6. Мармоза А. Т. Теорія статистики: підручник. Київ : «Центр учбової літератури», 2015. 592 с.
7. Brigo, D., Mercurio, F. Interest rate models – Theory and Practice. Springer. 2022. 507 p.
8. Trevor Hastie. The Elements of Statistical Learning. Springer, 2018. 654 p.

### **Допоміжна література:**

9. Голомозий В.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2015. 366 с.

### **Інформаційні джерела та Internet-ресурси:**

1. Офіційний сайт бібліотеки ім. В. Вернадського.

URL: <http://nbuv.gov.ua/>

- 2 Державна служба статистики України

URL: <https://ukrstat.gov.ua/>